Partie 8 du plan de Sylvie : Travailler le raisonnement et la démonstration – Un exemple

Objectif : Argumenter, justifier à l'oral : s'initier à différents types de raisonnement

Niveau : Terminale générale Spécialité « Mathématiques »

Dispositif : Travail en binômes sur le raisonnement

Etape 1 : (A LA MAISON)

Deux exercices A et B sont proposés à chaque binôme (élève A et élève B).

Les élèves échangent et cherchent la solution de chaque exercice ensemble, puis tombent d'accord sur une solution pour chaque exercice.

B filme A présentant l'exercice A et sa solution en moins d'1 minute.

A filme B présentant l'exercice B et sa solution en moins d'1 minute.

L'objectif est d'être clair dans la présentation, convaincant dans l'argumentation et de mettre en valeur le raisonnement utilisé !

Etape 2 : EN CLASSE

Diffusion en classe ponctuelle de chaque capsule (pas toutes le même jour !) et évaluation du binôme 1 par le binôme 2, du binôme 2 par le binôme 3, …, du binôme n par le binôme 1 selon les critères d'une grille de type « Grand oral », simplifiée et co-construite dans l'année avec les élèves.

Etape 3 : en CLASSE

Pour chaque capsule, synthèse concise du professeur avec le binôme sur le type de raisonnement, illustrée par un ou deux autres exemples.

EXEMPLE 1 :

Binôme	Grégoire / Joseph
Exercice A	« Soit f une fonction strictement croissante sur l'intervalle $[-3\,;3]$ telle que $f(-3)=-1$ et $f(3)=2$. L'équation $f(x)=0$ admet une unique solution sur l'intervalle $[-3\,;3]$. » Vrai ou Faux ?
Exercice B	π est un nombre irrationnel. Prouver que $\frac{1}{\pi}$ est irrationnel.

VARIANTES DU DISPOSITIF

*Possibilité de présenter les **solutions « en live »** sans vidéo, en classe.*

*Possibilité d'enregistrer **en audio uniquement** certaines prestations qui ne nécessitent pas un visuel, et d'adapter en conséquence la démonstration pour que l'énoncé et la solution soient intelligibles.*

*Possibilité de **différencier la difficulté** en constituant des binômes « de niveau » et en proposant des couplages d'exercices plus ou moins difficiles, certains pouvant être des **démonstrations du programme** que le professeur n'a pas eu l'occasion de faire en cours, et dont les étapes sont présentables en 1 minute !*

Exple :

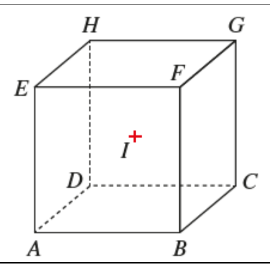
« Le projeté orthogonal d'un point M de l'espace sur un plan P est le point du plan P qui est le plus proche de M. »

« La suite (u_n) est une suite croissante qui converge vers un réel L. Alors pour tout entier naturel n, on a $u_n \leq L$. »

EXEMPLE 2 :

Binôme	Joan / Noé
Exercice A	VRAI OU FAUX ? Soit n un entier naturel. Si n² est pair, alors n est pair.
Exercice B	x est un réel. Parmi ces phrases, une seule est vraie. Laquelle ? 1) Pour que x soit supérieur à 4, il faut que x soit supérieur à 5. 2) x est supérieur à 5 est une condition nécessaire pour que x soit supérieur à 4. 3) Pour que x soit supérieur à 5, il suffit que x soit supérieur à 4. 4) x est supérieur à 4 est une condition suffisante pour que x soit supérieur à 5.

EXEMPLE 3 :

Binôme	Mathis / Nina
Exercice A	Dans le cube $ABCDEFGH$ ci-contre, I est le centre du cube. Prouver que I n'appartient pas au plan (ACH). 
Exercice B	Soit n un entier naturel. Le nombre $n(n-2)(n+2)$ est-il nécessairement un multiple de 3 ?

EXEMPLE 4 :

Binôme	Younès / Mattéo
Exercice A	VRAI OU FAUX ? Pour que $15 + (2n - 1)^2$ soit divisible par 4, il faut que n soit un nombre impair. VRAI OU FAUX ? Pour que $15 + (2n - 1)^2$ soit divisible par 4, il suffit que n soit un nombre impair.
Exercice B	Toute suite qui tend vers $+\infty$ est croissante à partir d'un certain rang.

EXEMPLE 5 :

Binôme	Maëlle / Léane
Exercice A	(u_n) est une suite majorée. Pour que (u_n) soit convergente, faut-il qu'elle soit croissante ? Suffit-il qu'elle soit croissante ?
Exercice B	VRAI OU FAUX ? 1) Si $f(-6) = -f(6)$, alors f est une fonction impaire. 2) Si $f(-4) \neq f(4)$alors f n'est pas une fonction paire.

EXEMPLE 6 :

Binôme	Justine/Antoine
Exercice A	Pour tout entier naturel n non nul, $1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1) = n^2$.
Exercice B	On suppose que : « Pour qu'une boule soit noire, il suffit qu'elle soit pleine ». Alors V ou F ? **a.** « Si une boule est noire, alors elle est pleine ». **b.** « Si une boule est pleine, alors elle est noire ». **c.** « Pour qu'une boule soit pleine, il faut qu'elle soit noire ».

EXEMPLE 7 :

Binôme	Elisa /Gaussklein
Exercice A	On considère un entier naturel n. Pour que 3^n soit supérieur à $1\ 000$, il faut et il suffit que n soit supérieur à 7. Vrai ou Faux ?
Exercice B	VRAI OU FAUX ? 1) Si $f(-6) = -f(6)$, alors f est une fonction impaire. 2) Si $f(-4) \neq f(4)$alors f n'est pas une fonction paire.

EXEMPLE 8 :

Binôme	Loli/Corentin
Exercice A	x est un nombre réel. $e^{x-3} > 0$ si et seulement si $x > 3$.
Exercice B	Soit P l'énoncé, supposé vrai : « Pour qu'une boule soit blanche, il **faut** qu'elle soit creuse ». Alors V ou F ? **a.** « Toute boule blanche est creuse ». **b.** « Toute boule creuse est blanche ».

EXEMPLE 9 :

Binôme	Julie/Jules
Exercice A	Soit x un nombre réel. VRAI OU FAUX ? 1) $x^3 > 8$ si et seulement si $x > 2$. 2) Si $\ln(x) > 1$ alors $x > 2{,}71$. 3) Si $x > 2{,}71$ alors $\ln(x) > 1$.
Exercice B	Pour qu'une droite de l'espace soit orthogonale à un plan, il faut et il suffit qu'un vecteur directeur de cette droite soit colinéaire à un vecteur normal de ce plan.