

TP : second degré et dérivation locale.

Vous travaillerez par groupe de 2 et rendrez en fin d'heure, une production pour le groupe.

On dit qu'un corps est en chute libre lorsqu'il est lâché sans vitesse initiale depuis un point et qu'il n'est soumis qu'à son poids (on néglige le frottement de l'air). On lâche un corps à 2000m d'altitude à $t = 0$ s au dessus de l'océan.

On note d la fonction donnant la distance parcourue par le corps en question. Cette fonction est donnée (approximativement) par : $d(t) = 5t^2$.

1. Résoudre l'équation du second degré $d(t) = 2000$ et en déduire l'instant auquel le corps touchera la surface de l'eau.
2. Étude graphique de la fonction d .
 - (a) Maintenant par groupe de deux, vous allez sur un ordinateur et vous reproduisez le tableau suivant dans un tableur :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	t	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
2	d(t)	0	20									
3	vit moy 2 s	***	10									

Vous indiquerez et saisirez la formule à insérer dans la cellule B2 pour que l'on obtienne la deuxième ligne du tableau complété en copiant cette formule vers la droite.

- (b) Insérez le graphique dans votre feuille de calcul (sur le tableur) et indiquez approximativement à quel instant le corps sera à 500 m d'altitude.
- (c) On souhaite compléter la troisième ligne du tableau permettant d'indiquer la vitesse moyenne sur les deux dernières secondes avant l'instant t .

Proposition 1

On utilise pour cela la formule donnant la vitesse moyenne d'un objet ayant parcouru une distance d (en m) en une durée Δt (en s) est donnée par $v = \frac{d}{\Delta t}$ avec v en $m.s^{-1}$.

Puisqu'entre l'instant 0 et l'instant 2, le corps a parcouru une distance de 20m, la vitesse moyenne entre ces deux instants est :

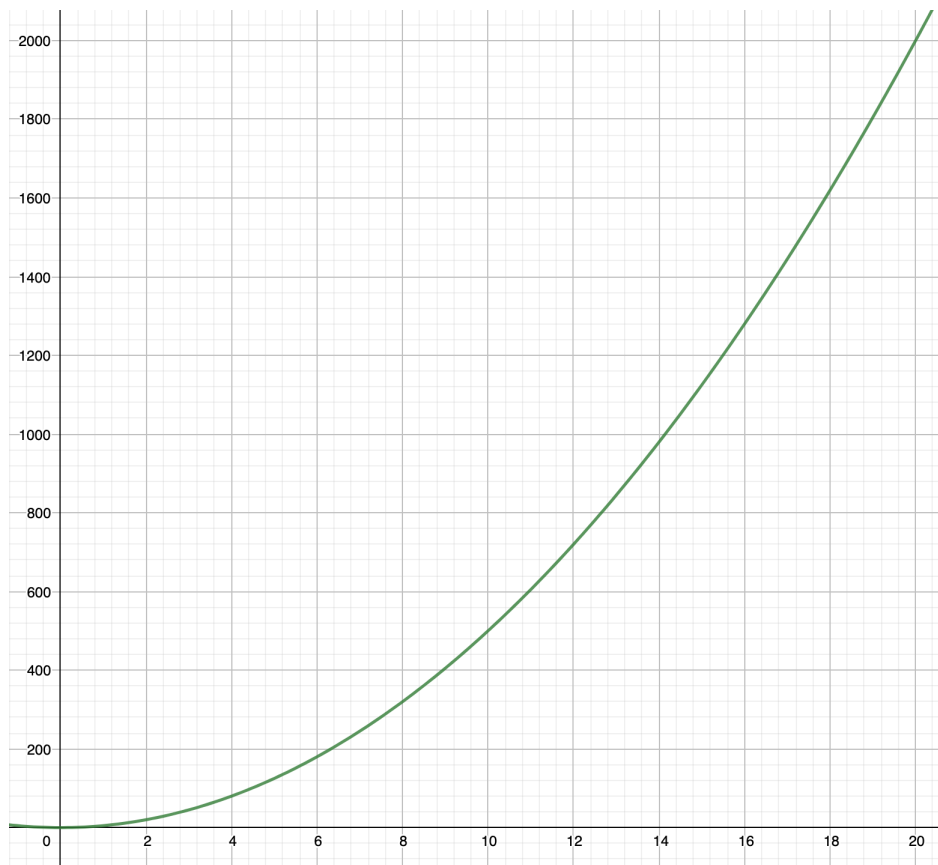
$$\text{La vitesse moyenne entre 0 et 2 est } \frac{20 - 0}{2} = 10 \text{ m.s}^{-1}$$

Vous indiquerez et saisirez la formule à insérer dans la cellule C3 pour que l'on obtienne la troisième ligne du tableau complété en copiant cette formule vers la droite.

- (d) On reconnaît ci-dessus la formule donnant le coefficient directeur d'une droite :

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

Tracer 5 de ces droites en rouge sur le graphique ci-dessous :



- (e) Insérez le graphique donnant cette vitesse moyenne en fonction de l'instant t sur la feuille de votre tableur. Que remarque-t-on ?
3. On s'intéresse maintenant à la l'instant $t = 8$ et l'on souhaite déterminer la vitesse *instantanée* à cet instant.
 Nous avons calculé dans la question précédente la vitesse moyenne du corps entre les instants $t = 6$ et $t = 8$.
 Pour déterminer cette vitesse instantanée, nous allons déterminer la vitesse moyenne du corps entre $t = 8 - h$ et $t = 8$ pour différentes valeurs de h en complétant le tableau ci-dessous à l'aide d'un tableur.

	A	B	C	D	E	F	G
1	h	2	1	0,1	0,01	0,001	0,0001
2	Vit moy sur [8-h,8]	70					

On veut déterminer l'expression de cette vitesse moyenne en fonction de h et après simplification l'on obtient :

$$V_8(h) = \frac{d(8) - d(8 - h)}{h} = 80 - 5h$$

- (a) En utilisant le résultat indiqué ci-dessus, insérez en B2 la formule permettant en copiant vers la droite de compléter la deuxième ligne du tableau ci-dessus.
 (b) Peut-on en déduire la valeur de la vitesse instantanée du corps à l'instant $t = 8$
 (c) Retrouvez l'expression simplifiée pour V_8 que l'on vous a donné ci-dessus.
4. Cette fois-ci l'on se place à l'instant $t = 2$.
 (a) Montrez que l'expression de la vitesse moyenne entre les instants $t = 2$ et $t = 2 + h$ est donnée par l'expression :

$$V_2(h) = 20 + 5h$$

- (b) En déduire la valeur de la vitesse instantanée du corps à l'instant $t = 2$.
 5. Déterminez de la même façon la vitesse instantanée à l'instant $t=5$.
 6. Recopiez et complétez le tableau :

t	2	5	8	12	14	16	18
vitesse instantanée à t							

7. Pouvez-vous conjecturer l'expression de la vitesse instantanée du corps à l'instant t .