Chapitre 8 : Activité sur les équations de droites.

Notation : On notera $\mathscr{P}$ le plan et $\left(O;\overrightarrow{i};\overrightarrow{j}\right)$ un repère orthonormé du pan. Dans l'ensemble de ce chapitre on se situera dans ce plan. On choisit I et J de sorte que $\overrightarrow{OI}=\overrightarrow{i}$ et $\overrightarrow{OJ}=\overrightarrow{j}$.

I Équation de droite.

A Caractérisation

Définition 1

On appelle vecteur directeur à une droite d, tout vecteur $\overrightarrow{u}$ non nul de même direction que la droite d.
On appelle vecteur normal à une droite d, tout vecteur $\overrightarrow{n}$ non nul dont la direction est orthogonale à la direction de la droite d.

Exercice 1. Reprendre l'exercice 1 de la page 241.

1. Déterminer par lecture les coordonnées d'un vecteur normal pour chacune des droites représentées. Comme on a noté $\overrightarrow{u_1}$, $\overrightarrow{u_2}$, $\overrightarrow{u_3}$ et $\overrightarrow{u_4}$ les vecteurs directeurs, les vecteurs normaux respectivement à $\mathscr{D}_1$, $\mathscr{D}_2$, $\mathscr{D}_3$ et $\mathscr{D}_4$ seront notés $\overrightarrow{n_1}$, $\overrightarrow{n_2}$, $\overrightarrow{n_3}$ et $\overrightarrow{n_4}$.
2. Déterminer les produits scalaires $\overrightarrow{u_1}\cdot\overrightarrow{n_1}$, $\overrightarrow{u_2}\cdot\overrightarrow{n_2}$, $\overrightarrow{u_3}\cdot\overrightarrow{n_3}$ et $\overrightarrow{u_4}\cdot\overrightarrow{n_4}$.

Exercice 2. On considère la droite Δ d'équation cartésienne :

$$2x+3y-1=0$$

1. Vérifier que les points $A(1;1)$ et $B(2;-1)$ sont deux points de Δ. Tracer la droite Δ dans un repère orthonormé.
2. En déduire un vecteur directeur de Δ et ses coordonnées.
3. Déterminer graphiquement un vecteur normal $\overrightarrow{n}$ à Δ ainsi que ses coordonnées.
4. Déterminer $\overrightarrow{n}\cdot\overrightarrow{AB}$.
5. Déterminer graphiquement deux autres points C et D de la droite Δ.
6. Que peut-on dire des produits scalaires $\overrightarrow{n}\cdot\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{n}\cdot\overrightarrow{AD}$? **Généralisation du résultat.**

Exercice 3.

1. On considère la droite $\mathscr{D}_1$ passant par le point $A(-2,5)$ et de vecteur normal $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}$. On décide d'utiliser la propriété précédente pour trouver l'équation cartésienne de $\mathscr{D}_1$. Voici comment l'on procède :

   Raisonnement : On considère $M(x,y)$ un point du plan, alors $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix}x-2\\y-5\end{pmatrix}$ et donc :

   $$M\in\mathscr{D}_1\Leftrightarrow\overrightarrow{AM}\text{ et }\overrightarrow{n}\text{ orthogonaux}\Leftrightarrow\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{n}=0\Leftrightarrow(x-2)\times1+(y-5)\times3=0\Leftrightarrow x+3y-17=0$$

2. On considère la droite $\mathscr{D}_2$ passant par le point $A(1,2)$ et de vecteur normal $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix}$. Reprendre la démonstration précédente pour trouver l'équation cartésienne de la droite $\mathscr{D}_2$.
3. On considère la droite $\mathscr{D}$ passant par le point $A(x_A,y_A)$ et de vecteur normal $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$. Reprendre la démonstration précédente pour trouver l'équation cartésienne de la droite $\mathscr{D}$.