Activité d'introduction sur les suites.

Définition 1

Une **suite** u est une **fonction** de définie de $\mathbb{N}$ (parfois $\mathbb{N}^*$) dans $\mathbb{R}$. La notation utilisé pour $u(n)$ est plus communément u_n (lu "u indice n"). On parlera alors de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ou plus simplement de (u_n).

Exemple 1.

La fonction :

$$\begin{aligned} u : \mathbb{N} &\to \mathbb{R} \\ n &\mapsto n^2+1 \end{aligned}.$$

Donc on peut calculer les images, appelés termes de la suite :

$$u(0) = u_0 = 0^2+1 = 1 \quad ; \quad u(2) = u_2 = 2^2+1 = 5 \quad ; \quad u(10) = u_{10} = 10^2+1 = 101$$

Ou encore :

$$u(n+1) = u_{n+1} = (n+1)^2+1 = n^2+2n+2 \quad ; \quad u(n-3) = u_{n-3} = (n-3)^2+1 = n^2-6n+10 \quad (n \geqslant 3)$$

Exemple 2. Les suites :

- 1, 3, 5, 7, 9 ....
- 1, 3, 7, 15, 31, 63 ...
- 2, 5, 10,17, 26 ...

Exemple 3. Un pays compte 300 loups en 2017. On estime que la population des loups croit naturellement au rythme de 12 % par an. Pour réguler la population des loups, le gouvernement autorise les chasseurs à tuer un quota de 18 loups par an.

On modélise la population par une suite (u_n), le terme u_n représentant le nombre de loups de ce pays en $2017+n$.
On a alors, pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = 1,12u_n - 18$.

Nous pouvons obtenir les termes 10 premiers termes de cette suite à partir de l'algorithme :

```
N ← 0
U ← 300
Tant que N < 10 faire
        U ← 1,12 × U − 18
        N ← N + 1
         Afficher U arrondi à l'entier
Fin Tant que
```

```
En Python
N = 0
U = 300
While N < 10 :
        U = 1,12 ∗ U − 18
        N = N + 1
         Print( U)
```

On obtient alors : 318 338 360 386 414 446 481 521 565 615

Exemple 4. Bruno dispose de 100 € dans sa tirelire, donné par sa grand-mère. Bruno reçoit chaque mois 45 € de ses parents qu'il met systématiquement dans sa tirelire. On note u_n la somme dans sa tirelire au $n^{\text{ième}}$ mois. On obtient la formule de récurrence :

$$u_{n+1} = u_n + \underbrace{45}_{\textit{Somme déposée chaque mois}}$$

On dira que (u_n) est une **suite arithmétique** de **raison** 45 et de **premier terme** $u_0 = 100$.

Exemple 5. On place une somme de 100 € sur un livret A rémunéré à 0,75 % par an. On note u_n la somme sur le compte à la $n^{ième}$ année. On obtient la somme de récurrence $u_{n+1} = \underbrace{1,0075}_{\textit{pour augmenter de } 0{,}75\%} \times u_n$.

On dira que (u_n) est une **suite géométrique** de **raison** 1,0075 et de **premier terme** $u_0 = 100$.

Exercice 1. Reprendre les exemples précédents est obtenir les 20 premiers terme de chaque suite ainsi que leur représentation dans un tableur. Obtenir aussi leur somme.

Exercice 2. Reprendre les exemples précédents est obtenir les 20 premiers terme de chaque suite en écrivant un petit programme python dans EduPython.

Exercice 3. Pour chaque exemple conjecturer les variations de la suite ainsi que le ses variations.