

Interrogation du 1 avril.

Énoncé : Soit $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ un vecteur du plan munie d'un repère orthonormé. Soit $A(0, -1)$ et $B(-1, 4)$ deux points du plan.

1. Déterminer l'équation de la droite d passant par A et de vecteur normal \vec{u} . $d : 2x + 3y + 3 = 0$.
2. Déterminer l'équation de la droite Δ passant par B et de vecteur directeur \vec{u} . $\Delta : -3x + 2y - 11 = 0$.
3. Déterminer le projeté orthogonal de B sur d . Puisque \vec{u} est un vecteur normal de d et un vecteur directeur de Δ , ces droites sont perpendiculaires. Or $B \in \Delta$ donc le projeté orthogonal de B sur d est l'intersection de ces deux droites.

$$\begin{cases} 2x + 3y + 3 = 0 \\ -3x + 2y - 11 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow 3L1 + 2L2 \begin{cases} 2x + 3y + 3 = 0 \\ 13y - 13 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3y + 3 = \frac{-3y - 3}{2} = -3 \\ y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

Donc le projeté orthogonal de B sur d est le point de coordonnées $H(-3, 1)$.

4. Déterminer l'équation du \mathcal{C} cercle de diamètre $[AB]$.

$$M(x, y) \in \mathcal{C} \Leftrightarrow \vec{AM} \cdot \vec{BM} = \begin{pmatrix} x \\ y + 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x + 1 \\ y - 4 \end{pmatrix} = x(x + 1) + (y + 1)(y - 4) = x^2 + x + y^2 - 3y - 4 = 0$$

5. Déterminer le centre et le rayon du cercle d'équation : $x^2 - 4x + y^2 + 6y + 4 = (x - 2)^2 - 4 + (y + 3)^2 - 9 + 4 = (x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 9$.
Donc le centre a pour coordonnées $(2, -3)$ et pour rayon $\sqrt{9} = 3$

Correction :

Interrogation du 1 avril.

Énoncé : Soit $\vec{u} \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ un vecteur du plan munie d'un repère orthonormé. Soit $A(-1, 4)$ et $B(0, -1)$ deux points du plan.

1. Déterminer l'équation de la droite d passant par A et de vecteur normal \vec{u} . $d : -3x + 2y - 11 = 0$
2. Déterminer l'équation de la droite Δ passant par B et de vecteur directeur \vec{u} . $\Delta : 2x + 3y + 3 = 0$
3. Déterminer le projeté orthogonal de B sur d . Puisque \vec{u} est un vecteur normal de d et un vecteur directeur de Δ , ces droites sont perpendiculaires. Or $B \in \Delta$ donc le projeté orthogonal de B sur d est l'intersection de ces deux droites.

$$\begin{cases} 2x + 3y + 3 = 0 \\ -3x + 2y - 11 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow 3L1 + 2L2 \begin{cases} 2x + 3y + 3 = 0 \\ 13y - 13 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3y + 3 = \frac{-3y - 3}{2} = -3 \\ y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

Donc le projeté orthogonal de B sur d est le point de coordonnées $H(-3, 1)$.

4. Déterminer l'équation du cercle de diamètre $[AB]$.

$$M(x, y) \in \mathcal{C} \Leftrightarrow \vec{AM} \cdot \vec{BM} = \begin{pmatrix} x + 1 \\ y - 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y + 1 \end{pmatrix} = x(x + 1) + (y + 1)(y - 4) = x^2 + x + y^2 - 3y - 4 = 0$$

5. Déterminer le centre et le rayon du cercle d'équation : $x^2 + 4x + y^2 - 6y + 4 = (x + 2)^2 - 4 + (y - 3)^2 - 9 + 4 = (x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 9$.
Donc le centre a pour coordonnées $(-2, 3)$ et pour rayon $\sqrt{9} = 3$