# Chapitre 10 : Variables aléatoires discrètes réelles.

## I Attendus

- Modéliser une situation à l'aide d'une variable aléatoire. *(1 page 311)*
- Savoir déterminer la loi de probabilité d'une variable aléatoire. *(2 page 311)*
- Savoir calculer la probabilité d'un évènement. *2 page 311)*
- Savoir déterminer l'espérance, la variance et l'écart type d'une variable aléatoire à partir de sa loi de probabilité. *(1 page 313)*

## II Variables aléatoires discrètes.

### A Exemple.

**Exemple 1.** Soit l'expérience aléatoire qui consiste à lancer un dé à 6 faces.
L'univers des possibles $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.
Maintenant, on considère que la personne qui lance le dé reçoit :

- 50 €, s'il obtient le nombre 6 lors du lancé .
- 20 €, s'il obtient les nombre 4 ou 5 lors du lancé.
- il donne 30 € sinon.

Si l'on note la fonction $X$ qui au résultat du lancé donne la somme obtenu par le joueur.

**Exemple 2.** Si l'on considère l'expérience qui consiste à lancer une pièce. Ensuite au affecte 1 lorsque l'on obtient "face" et 0 si l'on obtient "pile". On définie ainsi une variable aléatoire $Y$ tel que :

$$Y : \Omega = \{Pile\ ,\ Face\} \to Y(\Omega) = \{0, 1\}$$

### B Définition.

**Définition 1**

Si pour une expérience aléatoire, on note $\Omega$ l'ensemble des issues possibles. On considérera cette année que cet ensemble est fini.
On appelle **variable aléatoire réelle discrète** toute application à valeurs réelles de $\Omega$.

Si $X(\Omega) = (x_i)_{i \in D}$ avec $D \subset \mathbb{N}$ (avec $x_i \in \mathbb{R}$), on parlera de variable aléatoire réelle discrète.
Cette année on rencontrera essentiellement le cas où $D = [\![1, n]\!]$ avec $n \in \mathbb{N}^*$.
La donnée des valeurs de $P(X = x_i)$ où les $x_i$ sont les issues possible sera appelée **la loi de probabilité** de la variable $X$.

**Proposition 1**

La somme des probabilités vaut 1 :

$$\sum_{i \in D} P(X = x_i) = 1$$

**Vidéo 1**

Déterminer une loi de probabilité 1 et Vidéo 2

**Ex 1 à 21 page 324 à 326 : faire en priorité les exercices verts.**

### C Espérance, variance et écart type.

**Définition 2**

Avec les notations de la définition précédente, l'espérance si elle existe est définie par :

$$E(X) = \sum_{i \in D} x_i P(X = x_i)$$

.

La variance, si elle existe est définie par :

$$V(X) = E\left[(X - E(X))^2\right] = E\left(X^2\right) - E(X)^2$$

Et enfin l'écart type (si la variance existe) est définie par :

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$$

**Exemple 3.** Déterminer l'espérance, la variance et l'écart type pour l'exemple 1, 2 et 3.

**Ex 23 à 41 page 326 à 328 : faire en priorité les exercices verts.**

### D Propriétés de l'espérance, de la variance et de l'écart type.

**Proposition 2**

Avec les notations de la définition précédente. Soient $a$ et $b$ deux réels. On obtient :

$$E(aX + b) = aE(X) + b$$

---

Si la variance existe $\quad V(aX + b) = a^2 V(X) \quad$ et $\quad \sigma(aX + b) = |a|\sigma(X)$

**Vidéo 2**

Paramètre d'une V.A.R.D : Vid 1 , Vid 2. Vid 3 | Si $Y = aX + b$ enfin QCM

## III Répétition d'expériences aléatoires identiques et indépendantes.

**Exemple 4.** Considérons l'expérience qui consiste à lancer 2 fois un dé à 6 faces et de compté le nombre de fois où l'on obtient la valeur 1. Si l'on note $A_i$ l'évènement "obtenir la valeur 1 au $i^{ième}$ lancé".

Si l'on note X le nombre de 1 que l'on obtient lors de ces 2 lancés.