Chapitre 6 : droite et plan.

Nous nous plaçons dans ce chapitre dans l'espace $\mathcal{E}$.

I Les attendus

- Positions relatives. *Page 271*
- Construire une section. *Page 273*
- Démontré l'orthogonalité de deux droites. *Page 275*
- Appliquer le théorème du "toit". *Page 273*

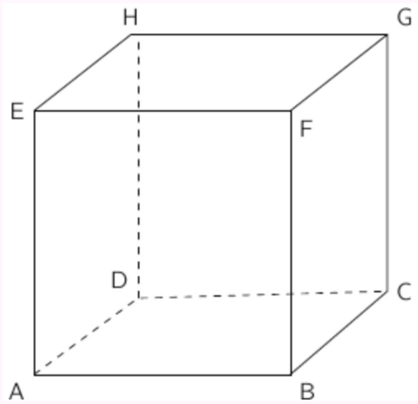
II Position relative de droite et de plan : exemple cube

A Positions relatives de deux droites.

Proposition 1

La position relative de deux droites de $\mathcal{E}$:

- Coplanaires (elles appartiennent au plan) :
  - Sécantes avec la cas particulier où elles sont perpendiculaires
  - Parallèles
  - Confondues
- Non coplanaires, avec le cas particulier elles sont orthogonales sans être sécantes.



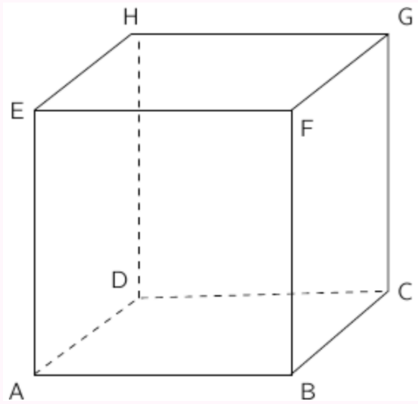
Figures exemples :

B Positions relatives d'une droite et d'un plan : exemple cube

Proposition 2

La position relative d'une droite et d'un plan de $\mathcal{E}$:

- Sécante, avec le cas particulier où la droite et le plan sont perpendiculaires
- Parallèles



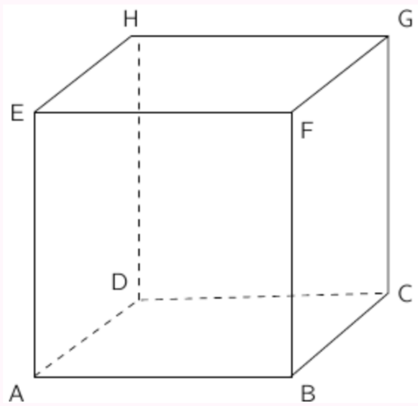
Figures exemples :

C Positions relatives de deux plans : exemple cube

Proposition 3

La position relative deux plans de $\mathcal{E}$:

- Sécante, avec le cas particulier où les deux plans sont perpendiculaires
- Parallèles



Figures exemples :

III Parallélisme dans l'espace

A Parallélisme de deux droites

Proposition 4

- Si deux droites sont parallèles, toute parallèle à l'une est parallèle à l'autre.
- Si deux droites sont parallèles, alors tout plan qui coupe l'une coupera l'autre.

B Parallélisme d'un plan et une droite

Proposition 5

Si un plan $\mathscr{P}$ contient une droite d parallèle à une droite Δ, alors $\mathscr{P}$ et Δ sont parallèles.

.

Proposition 6

Si une droite d et un plan $\mathscr{P}$ sont parallèles, alors tout plan contenant d et sécant à $\mathscr{P}$, coupe $\mathscr{P}$ selon une droite parallèle à d

.

Proposition 7

Si $\mathscr{P}$ et $\mathscr{R}$ sont deux plans sécants suivants la droite Δ.
Si une droite d de $\mathscr{P}$ est parallèle à une droite d' de $\mathscr{R}$ alors la droite Δ est parallèle à d et d'.

.

C Parallélisme de plans

Proposition 8

Si deux plans $\mathscr{P}$ et $\mathscr{R}$ sont parallèles alors :

- Tout plan parallèle à l'un est parallèle à l'autre
- Tout plan qui coupe l'un, coupe l'un coupe l'autre par une droite qui lui est parallèle

.

IV Orthogonalité dans l'espace

A Orthogonalité de deux droites

Définition 1

On dira que deux droites sont perpendiculaires si leur direction (voir chapitre sur les vecteurs) sont orthogonales. Deux droites sont perpendiculaires si elles sont orthogonales et sécantes.

B Orthogonalité d'une droite et d'un plan

Définition 2

Une droite est perpendiculaire (ou orthogonale) à un plan, si elle est orthogonale à toutes les droites de ce plan.

Proposition 9

Une droite est perpendiculaire (ou orthogonale) à un plan, si elle est orthogonale à deux sécantes ce plan.

.

C Propriétés

Proposition 10

- Si deux droites sont parallèles, alors tout plan orthogonal à l'une est orthogonal à l'autre.
- Deux droites orthogonales à un même plan plan sont parallèles.

.

Proposition 11

- Si deux plans sont parallèles, alors toute droite orthogonale à l'un est orthogonale à l'autre.
- Deux plans orthogonaux à une même droite sont parallèles.

.

D Projeté orthogonal

Définition-Proposition 12

Soit un point M et un plan $\mathscr{P}$ de l'espace. Le projeté orthogonal de M sur $\mathscr{P}$ est l'unique point d'intersection de la perpendiculaire à $\mathscr{P}$ passant par M avec le plan $\mathscr{P}$.

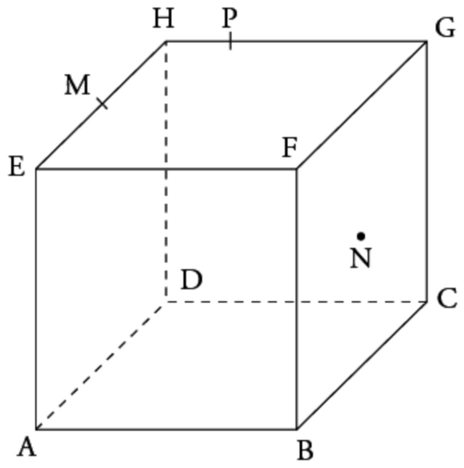
Définition-Proposition 13

Soit un point M et une droite d de l'espace. Le projeté orthogonal de M sur d est l'unique point d'intersection du plan perpendiculaire à d passant par M avec la droite d.

V Exercices

Exercice 1. On considère un cube ABCDEFGH donné ci-dessous.

On note M le milieu du segment $[EH]$, N celui de $[FC]$ et P le point tel que $\overrightarrow{HP} = \frac{1}{4}\overrightarrow{HG}$.



Partie A

1. Justifier que les droites (MP) et (FG) sont sécantes en un point L. Construire le point L.
2. On admet que les droites (LN) et (CG) sont sécantes et on note T leur point d'intersection.
   On admet que les droites (LN) et (BF) sont sécantes et on note Q leur point d'intersection.
   (a) Construire les points T et Q en laissant apparents les traits de construction.
   (b) Construire l'intersection des plans (MNP) et (ABF)
3. En déduire une construction de la section du cube par le plan (MNP).

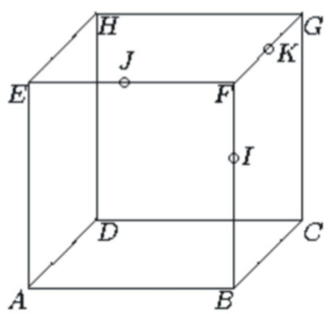
Partie B

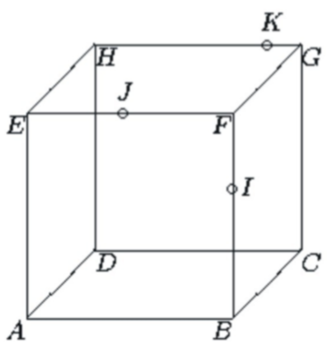
L'espace est rapporté au repère $\left(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}\right)$

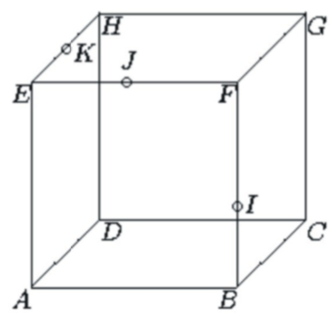
1. Donner les coordonnées des points M, N et P dans ce repère.
2. Déterminer les coordonnées du point L.
3. Déterminer les coordonnées du point T. Le triangle TPN est-il rectangle en T ?

Corrigé

Exercice 2. Soit $ABCDEFGH$ un cube. Dans les trois cas suivants (K appartient au segment $[FG]$, K appartient au segment $[GH]$, K appartient au segment $[HE]$), tracer les sections du cube par le plan (IJK) (I appartient au segment $[BF]$ et J appartient au segment $[EF]$) en perspective cavalière. **Corrigé**







Exercice 3. Exercice interactif

Exercice 4. Liste d'exercices corrigés.