

Chapitre 12 : Échantillonnage.

I Attendus

- Savoir déterminer un intervalle de fluctuation au seuil de 95 % :
 - A partir de la définition.
 - A partir des deux formules.
- Savoir interpréter ce résultat pour une prise de décision.
- Savoir déterminer un intervalle de confiance au seuil de confiance de 95 %.

Voir exemple détaillé page 327.

II Intervalle de Fluctuation.

Définition 1

On considère une population dont une proportion p des individus possèdent un caractère donné. On prélève dans cette population un **échantillon** de taille n . Soit X la variable aléatoire représentant le nombre d'individus possédant ce caractère dans cet **échantillon**. Alors X suit une loi $\mathcal{B}(n, p)$.

L'**intervalle de fluctuation au seuil de 95 % associée à la variable aléatoire X** est :

$$\left[\frac{a}{n}; \frac{b}{n} \right] \quad \begin{cases} \text{ou est le plus petit entier } a \text{ tel que } P(X \leq a) \geq 2,5 \\ \text{ou est le plus petit entier } b \text{ tel que } P(X \leq a) \geq 97,5 \end{cases}$$

Dés lors $P(X \in [a; b]) \simeq 0,95$.

Proposition 1

Dans le cas où

- $n \geq 30$ (l'effectif de l'échantillon)
- $np \geq 5$ (l'espérance des succès)
- $n(1-p) \geq 5$ (l'espérance des échecs)

alors on obtient rapidement un intervalle proche de l'**intervalle de fluctuation au seuil de 95 % associée à la variable aléatoire X** , avec la formule :

$$\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}}; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$$

Et si l'on veut être plus précis, on utilisera l'intervalle :

$$\left[p - 1,96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}; p + 1,96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \right]$$

Vidéo 1

Déterminer l'intervalle de fluctuation au seuil de 95 % associée à la variable aléatoire X .

III Prise de décision

Proposition 2

Si l'on fait l'**hypothèse** : "La proportion du caractère dans la population est égale à p " et que la fréquence observé sur l'**échantillon** de taille n est f . Alors :

- Si $f \in \left[\frac{a}{n}; \frac{b}{n} \right]$, l'**hypothèse** n'est pas rejetée au seuil de risque d'erreur de 5 %.
- Si $f \notin \left[\frac{a}{n}; \frac{b}{n} \right]$, l'**hypothèse** est rejetée au seuil de risque d'erreur de 5 %.

Vidéo 2

Utiliser un intervalle de confiance pour prendre une décision

IV Estimation d'une proportion.

Proposition 3

On considère une population dont une proportion p des individus possèdent un caractère donné. On prélève dans cette population un **échantillon** de taille n et l'on obtient une fréquence f de cet échantillon possédant le caractère étudié. On appelle l'**intervalle de confiance de la proportion p au niveau de confiance 0,95**, l'intervalle :

$$\left[p - 1,96\sqrt{\frac{f(1-f)}{n}}; p + 1,96\sqrt{\frac{f(1-f)}{n}} \right]$$

Il faudra bien sûr $n \geq 30$ (l'effectif de l'échantillon), $nf \geq 5$ et $n(1-f) \geq 5$.

Vidéo 3

Estimer une proportion // Intervalle de fluctuation.