

Correction DM2 du 28 septembre.

Ex 65 page 36

1. Si on note $d(x)$ le nombre total d'exemplaires vendus. On a :

$$d(x) = \underbrace{d_1(x)}_{\text{nb d'exemplaires vendus en France}} + \underbrace{d_2(x)}_{\text{nb d'exemplaires vendus en Belgique}} = 60000 - 2500x$$

2. Profit en fonction du prix x .

(a) Le profit est obtenu par :

$$P(x) = CA - \text{Coût} = \text{Prix unitaire} \times \underbrace{\text{demande}}_{\text{nb d'exemplaires vendus}} - \underbrace{(50000 + 2n)}_{\text{Coût}} = x \times (60000 - 2500x) - (50000 + 2 \times d(x))$$

$$P(x) = 60000x - 2500x^2 - 50000 - 2 \times (60000 - 2500x) = -2500x^2 + 65000x - 170000$$

(b) La fonction polynomiale P a $a < 0$, donc elle admet un maximum sur \mathbb{R} en $x_0 = \frac{-b}{2a} = 13$ euros. Le nombre d'exemplaires vendus en France est :

$$d_1(13) = 24000$$

Le nombre d'exemplaires vendus en Belgique est :

$$d_2(13) = 3500$$

3. Profit en fonction du nombre total d'exemplaires vendus : n .

(a) On a $n = 60000 - 2500x \iff 2500x = 60000 - n \iff x = \frac{60000 - n}{2500} = 24 - \frac{n}{2500}$. Donc :

$$P(x) = CA - \text{Coût} = \text{Prix unitaire} \times \underbrace{\text{demande}}_{\text{nb d'exemplaires vendus}} - \underbrace{(50000 + 2n)}_{\text{Coût}}$$

Donc

$$P(x) = \left(24 - \frac{n}{2500}\right) \times n - 50000 - 2n = -\frac{n^2}{2500} + 22n - 50000$$

(b) La fonction polynomiale P a $a < 0$, donc elle admet un maximum sur \mathbb{R} en $x_0 = \frac{-22}{2 \times \frac{-1}{2500}} + 27500$ exemplaires

$$\text{donc } x = 24 - \frac{27500}{2500} = 13 \text{ €}.$$

Ex 69 page 37.

1. Résolution de (E) : $2x^4 + 11x^2 - 6 = 0$.

(a) On pose $X = x^2$ donc (E) devient $2X^2 + 11X - 6 = 0$. On obtient $\Delta = 13^2$ puis $X_1 = \frac{1}{2}$ et $X_2 = -6$.

(b) Comme $X = x^2$, il faut trouver $x^2 = \frac{1}{2}$ ou $x^2 = -6$ (impossible). Donc on a deux solutions en x qui sont

$$x = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ ou } x = -\sqrt{\frac{1}{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}. \text{ Donc les solutions de } (E) \text{ sont } S = \left\{ \frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2} \right\}$$

2. Avec la même méthode en posant $X = x^2$:

$$(a) 2x^4 - 5x^2 + 1 = 0 \iff 2X^2 - 5X + 1 = 0 \iff X = \frac{5 + \sqrt{17}}{4} \text{ ou } X = \frac{5 - \sqrt{17}}{4} (\text{avec } \Delta = 17)$$

$$\iff x \in \left\{ \frac{\sqrt{5 + \sqrt{17}}}{4}; -\frac{\sqrt{5 + \sqrt{17}}}{4}; \frac{\sqrt{5 - \sqrt{17}}}{4}; -\frac{\sqrt{5 - \sqrt{17}}}{4} \right\}.$$

(b) $4x^4 + 37x^2 + 9 = 0 \iff 4X^2 + 37X + 9 = 0 \iff x^2 = X = \frac{-1}{4}$ ou $x^2 = X = -9$.

Cette équation n'a pas de solution.

$$(c) -\frac{9}{4}x^4 + 3x^2 - 1 = 0 \iff -\frac{9}{4}X^2 + 3X - 1 = 0 \iff x^2 = X = \frac{2}{3} \iff x \in \left\{ \sqrt{\frac{2}{3}}; -\sqrt{\frac{2}{3}} \right\}$$

(d) $x^4 + x^2 + 1 = 0 \iff X^2 + X + 1 = 0$ (ici $\Delta < 0$ donc on n'a pas de solution.)