∽ Baccalauréat ES/L Amérique du Sud 13 novembre 2019 ∾

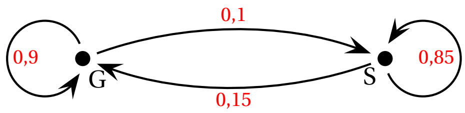
Exercice 3 **5 points**

Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Les parties A et B peuvent être traitées indépendamment.

Partie A

1. Graphe probabiliste représentant la situation :



2. La matrice de transition est $M = \begin{pmatrix}0,9 & 0,1\\0,15 & 0,85\end{pmatrix}$.
3. $P_0 = \begin{pmatrix}0,42 & 0,58\end{pmatrix}$

   $P_1 = P_0M = \begin{pmatrix}0,42 & 0,58\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0,9 & 0,1\\0,15 & 0,85\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0,42\times 0,9+0,58\times 0,15 & 0,58\times 0,85+0,42\times 0,1\end{pmatrix}$

   $= \begin{pmatrix}0,465 & 0,535\end{pmatrix}$.

   Donc 46,5 % des cyclistes participeront au grand parcours en 2019.
4. On note $P = \begin{pmatrix}x & y\end{pmatrix}$ la matrice associée à l'état stable de ce graphe.

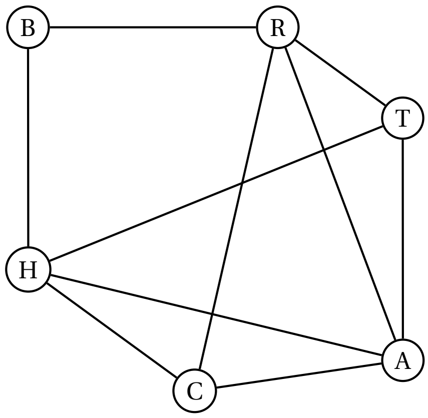
   a. Si P est l'état stable, alors $P = PM$, soit $\left\{\begin{array}{rcl}0,9x+0,15y &=& x\\0,1x+0,85y &=& y\end{array}\right. \iff \left\{\begin{array}{rcl}-0,1x+0,15y &=& 0\\0,1x-0,15y &=& 0\end{array}\right.$

   On a donc $0,1x-0,15y=0$ ou $x-1,5y=0$ avec $x+y=1$, on a $1-y-1,5y=0 \iff 1=2,5y \iff y=\dfrac{1}{2,5} \iff y=0,4$ et $x=1-y=1-0,4=0,6$.

   L'état stable est donc $P = \begin{pmatrix}0,6 & 0,4\end{pmatrix}$.

   b. D'après ce modèle c'est à long terme le grand parcours qui sera le plus choisi (à 60 %).

Partie B



1.
   - Ce graphe n'est pas complet : pas d'arête entre A et B.
   - Ce graphe est connexe car il existe au moins une chaîne entre deux sommets quelconques : la chaîne A - C - H - B - R - T contient tous les sommets.
2. Les degrés des sommets sont respectivement :

   A : 4 B : 2 C : 3 H : 4 R : 4 T : 3

   Tous les sommets sont de degré pair sauf 2, donc ce graphe connexe admet, d'après le théorème d'Euler, une chaîne eulérienne.

   Les sommets C et T de degré impair sont les extrémités de la chaîne ; par exemple la chaîne :
   C – R – T – A – H – C – A – R – B – H – T.