Comment travailler sur les démonstrations *exemplaires* du programme.

I Dispositif

Travail en ilots de 3 élèves sur tableaux blancs (9 tableaux blancs disposés sur les murs de la salle). Pas de rôle prédéfini au sein du groupe.

1^{ière} étape :

- Chaque groupe sur une démonstration exemplaire à démontrer choisi par l'enseignant.
- Le type d'énoncé est choisi en fonction de la composition du groupe (contenu et forme)
- Résoudre l'énoncé en utilisant le tableau et en sollicitant l'enseignant si nécessaire.
- Réaliser sur feuille un énoncé simple direct d'application du résultat démontré (afin qu'à la fin de la séance les élèves des autres groupes puissent le résoudre).

2^{ième} étape

- L'enseignant désignera un rapporteur pour que la solution puisse être exposée à l'ensemble de la classe.
- La préparation de la présentation de l'élève doit se faire à trois. L'élève s'entraine avec ces deux autres camarades qui sont là pour lui poser des questions et l'aider à améliorer sa prestation à partir du support tableau.

3^{ième} étape

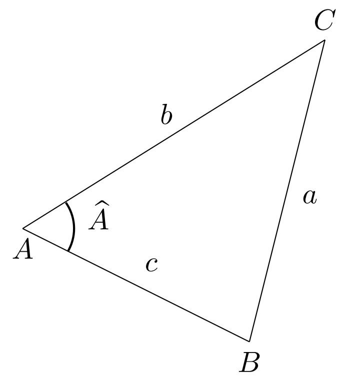
Exposé devant la classe.

4^{ième} étape

Retour des groupes en ilots sur les tableaux afin que chaque groupe résolve l'énoncé préparé en amont par les autres groupes. *Prévoir des exercices supplémentaires pour ceux allant plus vite.*

II Théorème d'Al-Kashi

Énoncé :.
Hypothèses : Soient ABC un triangle du plan $\mathscr{P}$.



Objectif : Démontrer que

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\widehat{A}$$

Ou ce qui revient au même :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \times AC\cos\widehat{A}$$

On donne les étiquettes :

Pour les égalités :	**Pour les justifications**
$\left\Vert\overrightarrow{AC}\right\Vert^2 + \left\Vert\overrightarrow{AB}\right\Vert^2 - 2\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$	$\Vert\overrightarrow{u} - \overrightarrow{v}\Vert^2 = \Vert\overrightarrow{u}\Vert^2 + \Vert\overrightarrow{v}\Vert^2 - 2\overrightarrow{u}\cdot\overrightarrow{v}$
$\left\Vert\overrightarrow{AC}\right\Vert^2 + \left\Vert\overrightarrow{AB}\right\Vert^2 - 2AB \times AC\cos\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)$	La relation de Chasles.
$\left\Vert\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}\right\Vert^2$	$\overrightarrow{u}\cdot\overrightarrow{v} = \Vert\overrightarrow{u}\Vert\,\Vert\overrightarrow{v}\Vert\cos(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$
$\left\Vert\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}\right\Vert^2$	$\overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AB}$

1. Utiliser les étiquettes précédentes pour compléter :

	Égalité	Justifications
$\left\Vert\overrightarrow{BC}\right\Vert^2$	$= \cdots$	
	$= \cdots$	
	$= \cdots$	
	$= \cdots$	

2. Conclure.

III Ensemble de points

Énoncé : Soit A et B deux points distincts du plan. Nous cherchons l'ensemble des points M vérifiant $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$.

Première approche : En utilisant les configuration.

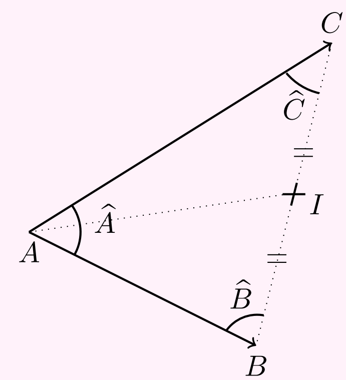
1. Dans cette question M est distinct de A et B. Que peut-on dire de la nature du triangle ABM.
2. En déduire que M est sur le cercle de diamètre $[AB]$.
3. Conclure.

Deuxième approche : En admettant le théorème ci-dessous :

Théorème 1 (Théorème de la médiane)

Dans un triangle ABC, avec I milieu de $[BC]$:

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AI^2 - \frac{BC^2}{4}$$



En utilisant le théorème de la médiane. On note I le milieu du segment $[AB]$.

1. Montrer que : $MI^2 - \dfrac{AB^2}{4} = 0$
2. Montrer que $IM = IA$.
3. Conclure.

IV Théorème de la Médiane

Énoncé :.
Hypothèses : Soient A et B deux points du plan $\mathscr{P}$ et I milieu de $[AB]$. Soit M un point de $\mathscr{P}$.
Objectif : Démontrer que

$$\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = MI^2 - \frac{AB^2}{4}$$

On donne les étiquettes :

Pour les égalités :	**Pour les justifications**
$MI^2 + \overrightarrow{MI} \cdot (\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB}) + \overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{IB}$	I milieu de $[AB]$ donc $\overrightarrow{IA} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$
$MI^2 - \frac{AB^2}{4}$	La relation de Chasles.
$MI^2 - \left(\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}\right)$	Bilinéarité et symétrie du produit scalaire.
$(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA}) \cdot (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})$	I milieu de $[AB]$ donc $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \overrightarrow{0}$
$\overrightarrow{MI}^2 + \overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{IB}$	$\vec{u}^2 = \|\vec{u}\|$

1. Utiliser les étiquettes précédentes pour compléter :

	Égalité	Justifications
$\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB}$	$= \cdots$	
	$= \cdots$	
	$= \cdots$	
	$= \cdots$	
	$= \cdots$	

2. Conclure.