Correction Dm 1 : Suite numérique. TES1

Exercice 36 page 24 :
a) Le capital restant sur le compte l'année (2012+n) (c'est-à-dire S_n) est augmenté de 2%. Donc :

$$S_{n+1} = \underbrace{S_n \times (1+0,02)}_{\text{Le capital restant sur le compte l'année (2012+n) augmenté de 2\%}}$$

. La suite (S_n) est donc une suite géométrique de raison $(1+0,02) = 1,02$ est de premier terme $S_0 = 1000$. On a donc :

$$S_n = q^n \times S_0 = 1,02^n \times 1000$$

b) Le capital disponible sur le compte en $2017 = 2012 + 5$ est donc : $S_5 = 1,02^5 \times 1000 \simeq 1104$ €.
c) On obtient alors :

$$u_{n+1} = \underbrace{u_n \times (1+0,02)}_{u_n \text{ augmenté de 2\%}} + \underbrace{600}_{\text{Les 600 euros en plus.}}$$

d) Ici nous reconnaissons une suite arithmético-géométrique (ni arithmétique ni géométrique)
Exercice 49 page 25 :
Ici nous utilisons la somme des termes consécutifs d'une suite géométrique :

$$1^{ier} terme \times \frac{1-q^{nb\ de\ termes}}{1-q}$$

a) $5+5\times0,2+5\times0,2^2+...+5\times0,2^{10} = 5\frac{1-0,2^{11}}{1-0,2} = \frac{5-5\times0,2^{11}}{0,8} = \frac{5}{0,8} - \frac{5}{0,8}\times0,2^{11} = 6,25-6,25\times0,2^{11} \simeq 6,25$
b) $0,8+0,8\times1,3+0,8\times1,3^2+...+0,8\times1,3^{15} = 0,8\frac{1-1,3^{16}}{1-1,3} = \frac{0,8-0,8\times1,3^{16}}{-0,3} = \frac{0,8}{-0,3} - \frac{0,8}{-0,3}\times1,3^{11} = \frac{-8}{3}+\frac{8}{3}\times1,3^{16} \simeq 174,78$.
c) $4+\frac{4}{3}+\frac{4}{3^2}+...+\frac{4}{3^{10}} = 4\times\frac{1-\left(\frac{1}{3}\right)^1 1}{1-\frac{1}{3}} \simeq 6$.
d) $\underbrace{1+\frac{7}{10}+\frac{7}{10^2}+...+\frac{7}{10^8}}_{\text{Suite géométrique}} = 1+7\times\frac{1-\left(\frac{1}{10}\right)^8}{1-\frac{1}{10}} \simeq 8,78$.

Ex 84 page 31.

1. On obtient le tableau :

Année	2006	2007	2008	2009
Fréq moy journalière	2678	2879	3085	3327
Taux d'accroissement	7,5 %	7,5 %	7,5 %	

   On constate que le taux annuel est toujours le même de 7,5 %.
2. Chaque mois la fréquentation subit une augmentation de 7,5 % .
   (a) On obtient donc la fréquentation à l'année $2006+(n+1)$ en augmentant la fréquentation de l'année $2006+n$ de 7,5%. On obtient donc $un+1 = (1+0,75)\times u_n = 1,075u_n$. La suite (u_n) est donc une suite géométrique de raison 1,075 et de premier terme $u_0 = 2678$.
   (b) Donc $u_n = q^n \times u_0 = 1,075^n \times 2678$.
3. Utilisation de la formule en fonction de n.
4. On a $2015 = 2006+9$. Donc la fréquentation journalière moyenne en 2015 est donc de :

$$u_9 = 1,075^9 \times 2678 \simeq 5134 \textit{ individus}$$

5. On obtient : $u_11 \simeq 5933$ et $u_12 \simeq 6378$. Donc le nombre moyen journalier dépassera 6000 connexions, l'année 2018 (=2006+12)

Exercice 1. La suite (u_n) est géométrique de raison 0,9 et de premier terme 10.

1. Déterminer u_1, u_2, u_10 et u_50.
2. Déterminer $\lim_{n\to+\infty} u_n$.
   On notera dans la suite $S_n = u_0+u_1+u_2+...+u_n$.
3. Déterminer :
   (a) $S_7 = u_0+u_1+...+u_7$

(b) $u_3 + u_4 + ... + u_{12}$

4. Déterminer $\lim_{n \to +\infty} S_n$.

Exercice 2. Calculer $3^4 + 3^5 + ... + 3^12$

Exercice 3. Calculer $5 + 7 + 9 + ... + 55$

Interrogation suite géométrique

Exercice 4. La suite (u_n) est géométrique de raison 0,7 et de premier terme 100.

1. Déterminer $u_1 = 100 \times 0,7 = 70$, $u_2 = 70 \times 0,7 = 49$, $u_{10} \simeq 2,82$ et $u_{50} = 0,7^{50} \times 100 \simeq 1,8 \times \ 10^{-6}$.
2. Déterminer $\lim_{n \to +\infty} u_n$.
   Comme $0 < 0,7 < 1$ on a $\lim_{n \to +\infty} 0,7^n = 0$ donc $\lim_{n \to +\infty} u_n = 0$.
   On notera dans la suite $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + ... + u_n$. On a
   $$1^{ier} terme \times \frac{1 - q^{nb\ de\ termes}}{1-q}$$
3. Déterminer :
   (a) $S_8 = u_0 + u_1 + ... + u_8 = 100 \times \dfrac{1 - 0,7^9}{1 - 0,7} \simeq 323,9$.
   (b) $u_3 + u_4 + ... + u_{12} = u_3 \frac{1-0,7^{12-3+1}}{1-0,7} = 0,7^3 \times 100 \times \frac{1-0,7^{10}}{1-0,7} = 111,1$
4. Déterminer $\lim_{n \to +\infty} S_n$.
   Comme $0 < 0,7 < 1$ on a $\lim_{n \to +\infty} 0,7^n = 0$. On a
   $$S_n = 100 \times \frac{1 - 0,7^n}{1 - 0,7}$$
   On a donc $\lim_{n \to +\infty} 1 - 0,7^n = 1$ puis $\lim_{n \to +\infty} \dfrac{1 - 0,7^n}{1 - 0,7} = \frac{1}{1-0,7} = \frac{1}{0,3}$ Et enfin :
   $$\lim_{n \to +\infty} S_n = \frac{100}{0,3} \simeq 333$$

Exercice 5. Calculer $2^2 + 2^3 + ... + 2^8 = 2^2 \times \dfrac{2^7 - 1}{2 - 1} = 4 \times 127 = 508$

Exercice 6. Calculer $5 + 8 + 11 + ... + 35$.
On a ici une progression arithmétique de raison 3. Pour déterminer le nombre de termes : $\dfrac{35-5}{3} + 1 = 10 + 1 = 11$. Il y a donc 11 termes.
$$5 + 8 + 11 + ... + 35 = \frac{5 + 35}{2} \times 11 = 220$$
.