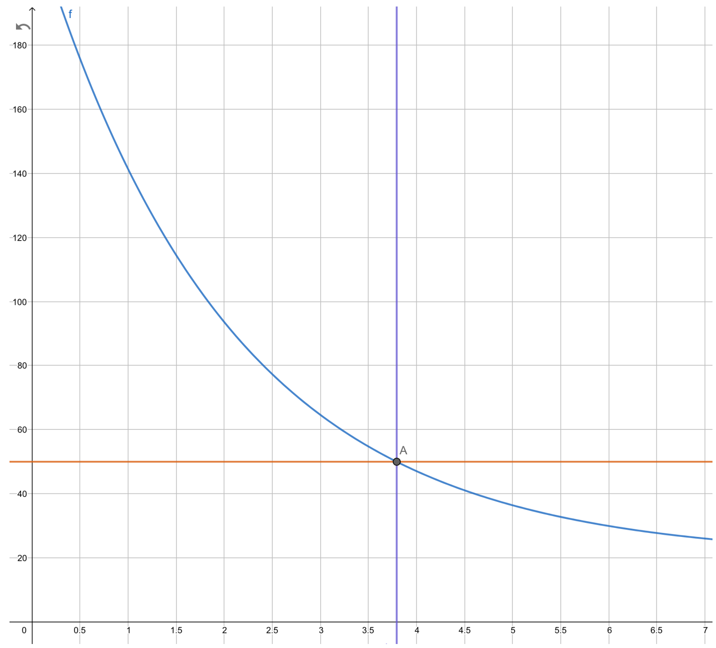
DS : limite de suite et exponentielle.

Ex 86 page 34 :

1. **a.** $f'(x) = -100\mathrm{e}^{\frac{t}{2}} < 0$ donc f est décroissante.

   b. .



   c. On 3,8h soit 3h 49 environ.

2. **a.** $d_n = f(n) - f(n+1) = 200\left(\mathrm{e}^{\frac{n}{2}} - \mathrm{e}^{\frac{n+1}{2}}\right) = 200\mathrm{e}^{\frac{n}{2}}\left(1 - \mathrm{e}^{\frac{1}{2}}\right)$

   b. .

$n \leftarrow 0$
$D = 10$
Tant que $D > 5$ faire
    $D \leftarrow 200\left(\mathrm{e}^{\frac{n}{2}} - \mathrm{e}^{\frac{n+1}{2}}\right)$
    $n \leftarrow n+1$
Fin Tant que

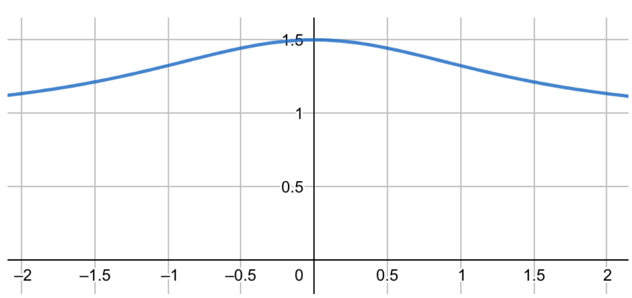
   c. On obtient :

X	Y1
5	6.4595
6	3.9179

. Donc $n_0 = 6$.

Ex 92 page 35 :

1. **a.** .



   b. L'extrémum semble être en 0 et valoir 1,5.

2.

$$f'(x)=\frac{(2e^{2x}+e^{x})(e^{2x}+1)-(e^{2x}+e^{x}+1)(2e^{2x})}{(e^{2x}+1)^2}=\frac{2e^{4x}+e^{3x}+2e^{2x}+e^{x}-(2e^{4x}+2e^{3x}+2e^{2x})}{(e^{2x}+1)^2}=\frac{e^{x}-e^{3x}}{(e^{2x}+1)^2}=\frac{-e^{x}(e^{2x}-1)}{(e^{2x}+1)^2}$$

3. **a.** On a $e^{2x}-1>0 \Leftrightarrow e^{2x}>1=e^0 \Leftrightarrow 2x>0 \Leftrightarrow x>0$, d'où :

b.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$(e^{2x}+1)^2$		$+$		$+$	
$-e^{x}$		$-$		$-$	
$e^{2x}-1$		$-$	0	$+$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	1	$\nearrow$	$\frac{3}{2}$	$\searrow$	1

c. Du tableau de variation on déduit que le maximum de f est $\frac{3}{2}$ et est atteint pour $x=0$.

4. **a.** .

$$f(x)-\frac{3}{2}=\frac{2(e^{2x}+e^{x}+1)-3(e^{2x}+1)}{2(e^{2x}+1)}=\frac{-e^{2x}+2e^{x}-1}{2(e^{2x}+1)}=\frac{-(e^{x}-1)^2}{2(e^{2x}+1)}$$

b. On $e^{2x}>0$ donc $e^{2x}+1>0$ et $(e^{x}-1)^2\geq 0$ donc $f(x)=\frac{-(e^{x}-1)^2}{2(e^{2x}+1)}\leq 0$, donc $f(x)\leq\frac{3}{2}$. Par ailleurs $f(0)=\frac{3}{2}$ donc f admet un maximum en 0 et ce maximum vaut $\frac{3}{2}$.

Ex 95 page 36 :

L'équation de la tangente en un point d'abscisse α est :

$$T_\alpha : \quad y=f'(\alpha)(x-\alpha)+f(\alpha)$$

Ici l'on a $f(x)=e^{-x}$ et $f'(x)=-e^{-x}$ donc :

$$T_\alpha : \quad y=-e^{-\alpha}(x-\alpha)+e^{-\alpha}$$

a) Si $\alpha=-1{,}5$, la cible est l'intersection de $T_{-1,5}$ avec l'axe des abscisse. On cherche donc :

$$-e^{1,5}(x+1{,}5)+e^{1,5}=0 \Leftrightarrow 1-(x+1{,}5)=0 \Leftrightarrow x=-0{,}5$$

Donc c'est la cible C_1 qui est atteinte.

b) Ici il faudrait que

$$0=-e^{-\alpha}(1{,}5-\alpha)+e^{-\alpha} \Leftrightarrow -1{,}5+\alpha+1=0 \Leftrightarrow \alpha=0{,}5$$

A l'abscisse $\alpha=0{,}5$

c) Ici il faudrait que

$$0=-e^{-\alpha}(0{,}5-\alpha)+e^{-\alpha} \Leftrightarrow -0{,}5+\alpha+1=0 \Leftrightarrow \alpha=-0{,}5$$

A l'abscisse $\alpha=-0{,}5$

d) Ici il faudrait que

$$0=-e^{-\alpha}(a-\alpha)+e^{-\alpha} \Leftrightarrow -a+\alpha+1=0 \Leftrightarrow \alpha=a-1$$

A l'abscisse $\alpha=a-1$