

# DM 1 : Probabilité conditionnelle.

**Ex 42 :**

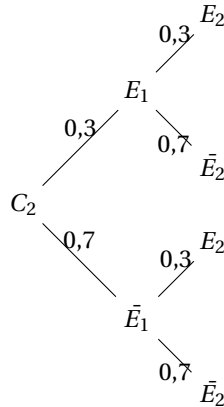
a) On a  $C_1 = (X = 1)$ , donc on obtient :

$$P(C_1 \cap E) = P(C_1)P_{C_1}(E) = 0,3 \times 0,3 = 0,09$$

b) Dans le cas on deux clients exactement vient acheter du carburant. On notant :

- $E_1$  l'évènement "le premier client achète de l'essence".
- $E_2$  l'évènement "le deuxième client achète de l'essence".

On obtient l'arbre avec deux clients :



$$\text{Donc } P_{C_2}(E) = P_{C_2}(E_1 \cap \bar{E}_2) + P_{C_2}(\bar{E}_1 \cap E_2) = 0,3 \times 0,7 + 0,7 \times 0,3 = 0,42.$$

$$\text{Donc } P(C_2 \cap E) = P(C_2) \times P_{C_2}(E) = 0,4 \times 0,42 = 0,168$$

c) Il ne nous manque plus que  $P(C_3 \cap E)$ . Pour cela il faut faire un arbre à trois branches (et non deux comme précédemment) et obtenir l'expression :

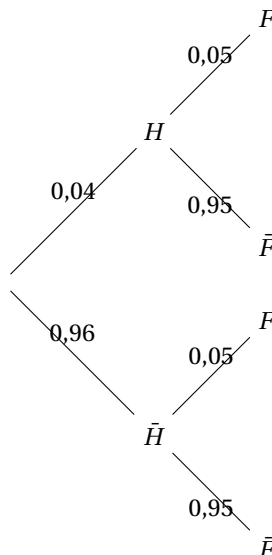
$$P_{C_3}(E) = P_{C_3}(E_1 \cap \bar{E}_2 \cap \bar{E}_3) + P_{C_3}(\bar{E}_1 \cap E_2 \cap \bar{E}_3) + P_{C_3}(\bar{E}_1 \cap \bar{E}_2 \cap E_3) = 3 \times 0,3 \times 0,7 \times 0,7 = 0,491$$

D'où  $P(C_3 \cap E) = P(C_3) \times P_{C_3}(E) = 0,2 \times 0,491 = 0,0982$ . ET enfin :

$$P(E) = P(C_1 \cap E) + P(C_2 \cap E) + P(C_3 \cap E) = 0,09 + 0,168 + 0,0982 = 0,3562$$

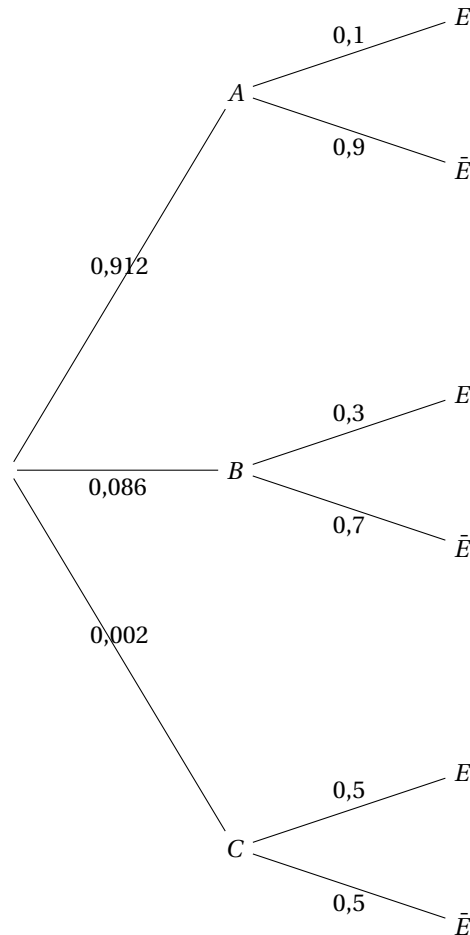
**Ex 70 :**

1. a. .



b. On obtient :  $P(A) = P(\bar{H} \cap \bar{F}) = 0,96 \times 0,95 = 0,912$  puis  $P(B) = P(H \cap \bar{F}) + P(\bar{H} \cap F) = 0,04 \times 0,95 + 0,96 \times 0,05 = 0,086$  et enfin  $P(C) = P(H \cap F) = 0,04 \times 0,05 = 0,002$ .

2. a. On obtient l'arbre :



Donc  $P(E) = P(A \cap E) + P(B \cap E) + P(C \cap E) = P(A) \times P_A(E) + P(B) \times P_B(E) + P(C) \times P_C(E) = 0,912 \times 0,1 + 0,086 \times 0,3 + 0,002 \times 0,5 = 0,118$

b. On obtient :

$$P_{\bar{E}}(A) = \frac{P(A \cap \bar{E})}{P(\bar{E})} = \frac{P(A) \times P_A(\bar{E})}{P(\bar{E})} = \frac{0,912 \times 0,1}{0,118} \approx 0,773 \text{ à } 10^{-3} \text{ près}$$

$$P_{\bar{E}}(\bar{A}) = 1 - P_{\bar{E}}(A) \approx 0,227 \text{ à } 10^{-3} \text{ près.}$$

L'interprétation : Comme le nombre de couples non asthmatiques est très élevé, même s'ils ont moins de chances d'avoir un enfant asthmatique, la probabilité sachant que l'enfant est asthmatique qu'il soit issu d'un couple non asthmatique est très importante (77 %).

c.

$$\begin{aligned} P_{\bar{E}}(B \cup C) &= P_{\bar{E}}(B) + P_{\bar{E}}(C) - \underbrace{P_{\bar{E}}(B \cap C)}_{=0} \\ &= \frac{P(B \cap \bar{E})}{P(\bar{E})} + \frac{P(C \cap \bar{E})}{P(\bar{E})} = \frac{P(B) \times P_B(\bar{E})}{1 - P(E)} + \frac{P(C) \times P_C(\bar{E})}{1 - P(E)} \\ &= \frac{0,086 \times 0,7}{1 - 0,118} + \frac{0,002 \times 0,5}{1 - 0,118} \\ &\approx 0,069 \text{ à } 10^{-3} \text{ près} \end{aligned}$$