Correction DM 2 du 8 octobre.

Ex 47 page 132 Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par l'expression $f(x) = 2x^2 - 3x + 5$.

1. Le taux d'accroissement de la fonction f en 5 est définie pour $h \in \mathbb{R}$ par :

$$\begin{aligned}\tau_5(h) &= \frac{f(5+h) - f(5)}{h} \\ &= \frac{2(5+h)^2 - 3(5+h) + 5 - (2 \times 5^2 - 3 \times 5 + 5)}{h} \\ &= \frac{2(5^2 + 10h + h^2) - 3 \times 5 - 3h + 5 - (2 \times 5^2 - 3 \times 5 + 5)}{h} \\ &= \frac{20h + 2h^2 - 3h}{h} = 17 + 2h \underbrace{\rightarrow}_{h \to 0} 17 = f'(5)\end{aligned}$$

   Donc la fonction f est dérivable et $f'(5) = 17$. L'équation de la tangente au point d'abscisse 5 est :

$$T_5 : y = f'(5)(x-5) + f(5) = 17(x-5) + 40 = 17x - 45$$

2. $17 \times 2 - 45 = -11$ donc le point de coordonnées $(2, -11)$ appartient à T_5.

Ex 80 page 136

1. Si nous voulions trouver le taux d'accroissement pour $a = 1$:

$$\begin{aligned}\tau_1(h) &= \frac{f(1+h) - f(1)}{h} \\ &= \frac{(1+h)^2 + 3(1+h) - 2 - (1^2 + 3 \times 1 - 2)}{h} \\ &= \frac{(1^2 + 2 \times 1 \times h + h^2) + 3 \times 1 + 3h - 2 - (1^2 + 3 \times 1 - 2)}{h} \\ &= \frac{5h + h^2}{h} = 5 + h \underbrace{\rightarrow}_{h \to 0} 5 = f'(1)\end{aligned}$$

   Mais ici nous allons le faire pour a quelconque :

$$\begin{aligned}\tau_a(h) &= \frac{f(a+h) - f(a)}{h} \\ &= \frac{(a+h)^2 + 3(a+h) - 2 - (a^2 + 3 \times a - 2)}{h} \\ &= \frac{(a^2 + 2 \times a \times h + h^2) + 3 \times a + 3h - 2 - (a^2 + 3 \times a - 2)}{h} \\ &= \frac{(2a+3)h + h^2}{h} = \frac{h(2a+3+h)}{h} = (2a+3) + h \underbrace{\rightarrow}_{h \to 0} 2a + 3 = f'(a)\end{aligned}$$

   On obtient donc que la fonction f est dérivable pour tout $a \in \mathbb{R}$ et ce nombre dérivé est $f'(a) = 2a + 3$.

2. Pour la fonction g :

$$\begin{aligned}\tau_a(h) &= \frac{g(a+h) - g(a)}{h} \\ &= \frac{(a+h)^2 + 3(a+h) + 6 - (a^2 + 3 \times a + 6)}{h} \\ &= \frac{(2a+3)h + h^2}{h} = \frac{h(2a+3+h)}{h} = (2a+3) + h \underbrace{\rightarrow}_{h \to 0} 2a + 3 = g'(a)\end{aligned}$$

3. Ici l'on constate que, quelque soit la valeur de la *constante* ajoutée l'on obtient le même résultat. Si $b \in \mathbb{R}$ avec $h(x) = x^2 + 3x + b$:

$$\begin{aligned}\tau_a(h) &= \frac{h(a+h) - h(a)}{h} \\ &= \frac{(a+h)^2 + 3(a+h) + b - (a^2 + 3 \times a + b)}{h} \\ &= \frac{(2a+3)h + h^2}{h} = \frac{h(2a+3+h)}{h} = (2a+3) + h \underbrace{\rightarrow}_{h \to 0} 2a + 3 = h'(a)\end{aligned}$$

   On peut donc choisir n'importe quelle valeur pour b et le nombre dérivée sera $h'(a) = 2a + 3$.