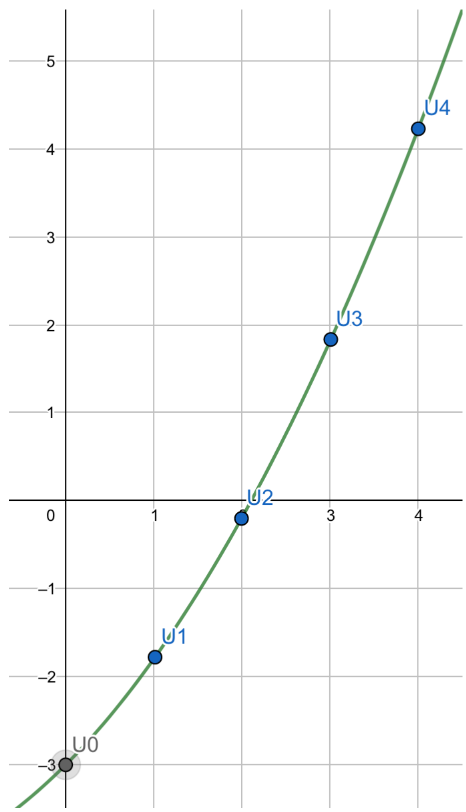
DM du 30 novembre : Suites.

Ex 17 page 143.
a) La fonction f définie sur $\mathbb{R}^+$ est la fonction polynomiale $f(x) = 0,2x^2 + n - 3$.
b)



c) Pour déterminer le sens de variation on détermine :

$$\alpha = \frac{-1}{2 \times 0,2} = -2,5$$

On a le tableau de variation de f :

x	-2.5 $+\infty$
$f(x)$	$\searrow$ $\nearrow$

Donc la suite est croissante.
Ex 30 page 143.
a) La modélisation donne la suite :

$$\begin{cases} u_0 = 10 \\ u_{n+1} = 1,25 \times u_n \quad (\textit{augmenter de } 25\%) \end{cases}$$

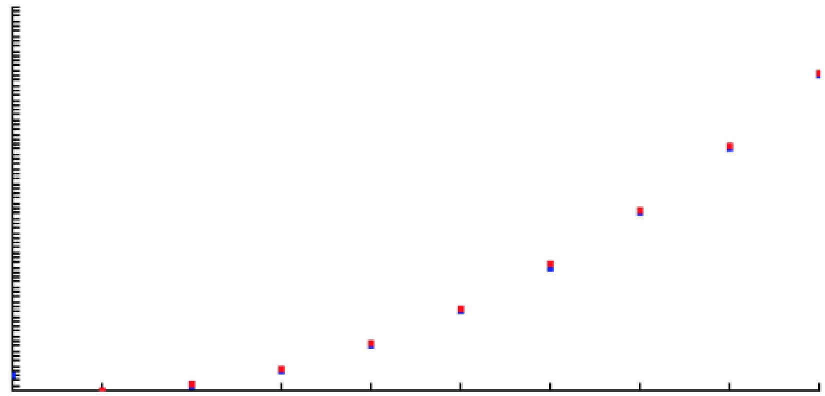
b) On obtient le tableau :

	A	B	C	D	E	F	G	H	U	V	W	A	AF	AG	A	AQ	AR
1	n	0	1	2	3	4	5	6		20	21		30	31		41	42
2	Un	10	13	16	20	24	31	38		867	1084		8078	10097		94040	117549

On obtient donc plus de 1000 bactéries au bout de 21h, plus de 10000 bactéries au bout de 31h et enfin plus de 100000 bactérie au bout de 42h.

Ex 68 page 153

1. (a) La suite (u_n) en bleu est en dessous et la suite (v_n) en rouge est en dessus :



   (b) Donc on conjecture que :

$$\forall n \in \mathbb{N}, u_n \leqslant v_n$$

2. (a)

$$v_n = \sqrt{n^4\left(1+\frac{1}{n^2}\right)} = \sqrt{n^4}\sqrt{1+\frac{1}{n^2}} = n^2\sqrt{1+\frac{1}{n^2}} = u_n \times \sqrt{1+\frac{1}{n^2}}$$

   (b)

$$u_0 = 0 \quad et \quad v_0 = 0$$

   (c) On a pour $n \geqslant 1$:

$$n^2 \geqslant 1 \underbrace{\Leftrightarrow}_{La\ inverse\ est\ décroissante\ \mathbb{R}^{*+}} \frac{1}{n^2} \geqslant 1 \Leftrightarrow 1+\frac{1}{n^2} > 1 \Leftrightarrow \sqrt{1+\frac{1}{n^2}} > 1 \Leftrightarrow v_n = u_n\sqrt{1+\frac{1}{n^2}} > u_n$$

3. (a) La fonction carré est croissante sur $\mathbb{R}^+$ donc (u_n) est croissante.

   (b)

$$u_n = n^2 \geqslant 10^6 \underbrace{\Leftrightarrow}_{la\ fonction\ racine\ est\ croissante} n \geqslant 10^3$$

$$u_n = n^2 \geqslant 10^{10} \Leftrightarrow n \geqslant 10^5$$

   (c) Il semble que $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$.

4. (a) Comme $v_n > u_n$ (à partir du rang 1), on a $v_n > 10^6$ pour $n \geqslant 10^3$ et $v_n > 10^{10}$ pour $n \geqslant 10^5$.

   (b) Donc puisque $v_n > u_n$ (à partir du rang 1), on conjecture : $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = +\infty$.