Correction DM 3 du 13 octobre.

Ex 59 page 134

x	-1	$2{,}5$	4	6
$f(x)$	-1	$3{,}5$	2	$-1{,}7$
$f'(x)$	$\frac{5}{4}$	0	-2	0

2. Au point A d'abscisse -1, la tangente $\mathcal{T}_A$ à la courbe a pour équation :

$y = f'(-1)\times(x+1)+f(-1)$

$\Leftrightarrow y = \frac{5}{4}(x+1)-1$

$\Leftrightarrow y = \frac{5}{4}x+\frac{5}{4}-1$

$\Leftrightarrow y = \frac{5}{4}x+\frac{1}{4}$.

Au point C d'abscisse 4, la tangente $\mathcal{T}_C$ à la courbe a pour équation :

$y = f'(4)\times(x-4)+f(4)$

$\Leftrightarrow y = -2(x-4)+2$

$\Leftrightarrow y = -2x+8+2$

$\Leftrightarrow y = -2x+10$.

3. Au point d'abscisse -3, la courbe admet une tangente de coefficient directeur négatif. De plus, à l'aide du graphique et d'une règle, il est aisé de vérifier que seule l'affirmation a est juste.

Ex 90 page 137

90 **1.** La fonction f est définie pour tout x différent de -1.

$\mathcal{D}_f =]-\infty\,;-1[\cup]-1\,;+\infty[$

2. Pour tout nombre réel a appartenant à $\mathcal{D}_f$:

$$\frac{f(a+h)-f(a)}{h} = \frac{\frac{2(a+h)+1}{a+h+1}-\frac{2a+1}{a+1}}{h} = \frac{1}{(a+h+1)(a+1)}.$$

$$\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

$$= \frac{\frac{2(a+h)+1}{a+h+1}-\frac{2a+1}{a+1}}{h}$$

$$= \frac{\frac{(2a+3+2h)(a+1)-(2a+1)(a+h+1)}{(a+h+1)(a+1)}}{h}$$

$$= \frac{\frac{2a^2+2a+a+1+2ha+2h-2a^2-2ah-2a-a-h-1}{(a+h+1)(a+1)}}{h}$$

$$= \frac{\frac{h}{(a+h+1)(a+1)}}{h}$$

$$= \frac{1}{(a+h+1)(a+1)}.$$

Lorsque h tend vers 0, le taux de variation tend vers le nombre réel $\frac{1}{(a+1)^2}$. La fonction f est donc dérivable en a, avec $f'(a) = \frac{1}{(a+1)^2}$.

3. $f'(-4) = \frac{1}{(-4+1)^2} = \frac{1}{9}$

$f'\left(\frac{5}{7}\right) = \frac{1}{\left(\frac{5}{7}+1\right)^2} = \frac{49}{144}$

4. $f'(4) = \frac{1}{(4+1)^2} = \frac{1}{25}$ et $f(4) = \frac{2\times4+1}{4+1} = \frac{9}{5}$.

Au point d'abscisse 4, la tangente $\mathcal{T}$ à la courbe représentative de f a pour équation :

$$y = f'(4)\times(x-4)+f(4) \Leftrightarrow y = \frac{1}{25}(x-4)+\frac{9}{5}$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{1}{25}x-\frac{4}{25}+\frac{9}{5}$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{1}{25}x+\frac{41}{25}.$$