Correction DM 3 du 8 octobre.

39 **1.** $\lim\limits_{x\to+\infty} x^2+1=+\infty$ et $\lim\limits_{X\to+\infty}\sqrt{X}=+\infty$.

Donc, par composition, $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x^2+1}=+\infty$.

De plus $\lim\limits_{x\to+\infty} x=+\infty$. Donc, par somme, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.

2. $f(x)=\dfrac{\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)\left(x-\sqrt{x^2+1}\right)}{\left(x-\sqrt{x^2+1}\right)}=\dfrac{x^2-\left(x^2+1\right)}{\left(x-\sqrt{x^2+1}\right)}$

$=\dfrac{-1}{\left(x-\sqrt{x^2+1}\right)}$.

3. $\lim\limits_{x\to-\infty} x-\sqrt{x^2+1}=-\infty$. Donc, par quotient, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$.

77 **1.** Pour tout réel x négatif,

$-1\leqslant\cos(5x)\leqslant 1\Leftrightarrow -3\leqslant 3\cos(5x)\leqslant 3$

$\Leftrightarrow -3+2x\leqslant 3\cos(5x)+2x\leqslant 3+2x$

$\Leftrightarrow \dfrac{2x-3}{3-2x}\leqslant f(x)\leqslant\dfrac{2x+3}{3-2x}$.

2. Pour tout réel x négatif,

$\dfrac{2x-3}{3-2x}=-1$ et $\dfrac{2x+3}{3-2x}=\dfrac{2x\left(1+\frac{3}{2x}\right)}{-2x\left(1-\frac{3}{2x}\right)}=-\dfrac{1+\frac{3}{2x}}{1-\frac{3}{2x}}$.

Or $\lim\limits_{x\to-\infty} 1+\dfrac{3}{2x}=\lim\limits_{x\to-\infty} 1-\dfrac{3}{2x}=1$.

Donc, par quotient, $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x+3}{3-2x}=-1$.

D'après le théorème des gendarmes, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-1$.