Correction DM 5 du 23 novembre.

83 **1.** $u_2 = 1\,200 \times 1{,}02 = 1\,224$.
$v_2 = 1\,200 + 35 = 1\,235$.

2. a. La formule à saisir en cellule B3 et à recopier vers le bas est $\boxed{\text{=B2*1,02}}$.
La formule à saisir en cellule C3 et à recopier vers le bas est $\boxed{\text{=C2+35}}$.

3. a. La suite (u_n) est définie par son premier terme $u_1 = 1\,200$ et la relation de récurrence $u_{n+1} = q \times u_n$, avec $q = 1{,}02$. C'est donc une suite géométrique de premier terme $u_1 = 1\,200$ et de raison 1,02.
La suite (v_n) est définie par son premier terme $v_1 = 1\,200$ et la relation de récurrence $v_{n+1} = v_n + r$, avec $r = 35$. C'est donc une suite arithmétique de premier terme $v_1 = 1\,200$ et de raison 35.

b. On a pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, $u_n = 1\,200 \times 1{,}02^{n-1}$ et $v_n = 1\,200 + (n-1) \times 35$.

4. À la calculatrice, $1\,200 \times 1{,}02^{n-1} > 1200 + (n-1) \times 35$ pour la première fois en $n = 38$. On a $u_n = 1\,200 \times 1{,}02^{n-1}$ et $v_n = 1\,200 + (n-1) \times 35$, donc $1\,200 \times 1{,}02^{n-1} > 1\,200 + (n-1) \times 35 \Leftrightarrow u_n > v_n$ pour entier naturel $n \geqslant 38$. L'estimation 1 du nombre de journaux vendus sera supérieure à l'estimation 2 la 38e semaine.

5. a. $1 + 1{,}02 + 1{,}02^2 + \ldots + 1{,}02^{n-1}$ est la somme des n premiers termes d'une suite géométrique de premier terme 1 et de raison $q = 1{,}02$. Ainsi,

$$1 + 1{,}02 + 1{,}02^2 + \ldots + 1{,}02^{n-1} = \frac{1 - 1{,}02^n}{1 - 1{,}02}$$
$$= -\frac{1}{0{,}02}\left(1 - 1{,}02^n\right) = -50\left(1 - 1{,}02^n\right) = 50\left(1{,}02^n - 1\right).$$

b. Le nombre total de journaux vendus en 52 semaines selon la 1re estimation est donné par :

$$1\,200 + 1\,200 \times 1{,}02 + 1\,200 \times 1{,}02^2 + \ldots + 1\,200 \times 1{,}02^{51}$$
$$= 1\,200 \times \left(1 + 1{,}02 + 1{,}02^2 + \cdots + 1{,}02^{51}\right)$$
$$= 1\,200 \times 50\left(1{,}02^{52} - 1\right) = 60\ 000\left(1{,}02^{52} - 1\right) \approx 108\ 020.$$

6. Le nombre total de journaux vendus en 52 semaines selon la 1re estimation est donné par :

$$1\,200 + 1\,235 + \cdots + (1\,200 + 51 \times 35)$$
$$= 1\,200 + 1\,235 + \cdots + 2\ 985 = 52 \times \frac{1\,200 + 2\ 985}{2}$$
$$= 26 \times (4\ 185) = 108\ 810.$$

$108\ 810 > 108\ 020$, la deuxième estimation prévoit le plus grand nombre total de journaux vendus au cours des 52 premières semaines.

7. Dans la variable S est stockée le nombre total de journaux vendus, n semaines après son lancement, selon la 1re estimation. Dans la variable T est stockée le nombre total de journaux vendus, n semaines après son lancement, selon la 2e estimation.
Dès que $S > T$, le programme s'arrête. C'est donc 55 semaines après son lancement que la première estimation prévoit le plus grand nombre total de journaux vendus.

84 **1.** $u_2 = 2 \times u_1 + 1 = 2 \times 1 + 1 = 3.$
$u_3 = 2 \times u_2 + 1 = 2 \times 3 + 1 = 7.$

2.

```python
def terme_u(n):
    u=1
    for i in range(n-1):
        u=2*u+1
    return u
```

3. a. $v_{n+1} = u_{n+1} + 1 = 2 \times u_n + 1 + 1 = 2 \times (v_n - 1) + 2$
$= 2v_n - 2 + 2 = 2v_n.$
Ainsi, pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, $v_{n+1} = 2v_n$ donc la suite (v_n) est géométrique de raison 2 et de premier terme $v_1 = u_1 + 1 = 1 + 1 = 2.$

b. (v_n) est une suite géométrique de raison 2 et de premier terme $v_1 = 2$ donc pour tout entier naturel $n \geqslant 1$ on a :

$$v_n = 2 \times 2^{n-1} = 2^n.$$

c. Comme pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, on a :

$$v_n = u_n + 1 \Leftrightarrow u_n = v_n - 1.$$

On en déduit que pour tout entier naturel n, $u_n = 2^n - 1$.

4. $u_{n+1} - u_n = 2^{n+1} - 1 - (2^n - 1) = 2^{n+1} - 1 - 2^n + 1$
$= 2^{n+1} - 2^n = 2 \times 2^n - 2^n = 2^n.$
Pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, $2^n > 0$. On en déduit que pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, $u_{n+1} - u_n \geqslant 0$ soit $u_{n+1} \geqslant u_n$. La suite (u_n) est croissante.

5.

	A	B
1	n	Un
2	1	1
3	2	3
4	3	7
5	4	15
6	5	31
7	6	63
8	7	127
9	8	255
10	9	511
11	10	1023
12	11	2047
13	12	4095
14	13	8191
15	14	16383
16	15	32767
17	16	65535
18	17	131071
19	18	262143
20	19	524287
21	20	1048575

On conjecture que $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = +\infty$.