DS 2 : Dérivation locale, probabilité conditionnelle.

Exercice 1. (3 points) Résoudre les inéquations suivantes :

a) $-x^2 + 7x \leqslant 2x - 6$

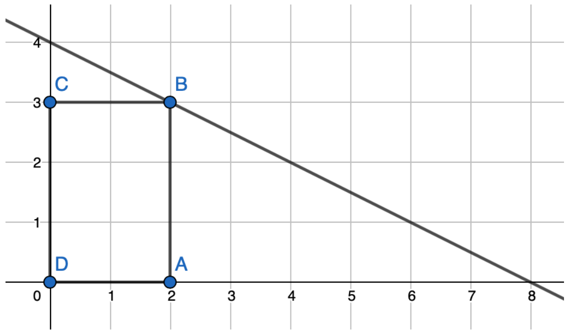
b) $\dfrac{3}{x} \leqslant x + 2$

Exercice 2. (3 points)

Sur le graphique ci-dessous, la droite d à pour équation $y = 4 - \dfrac{1}{2}x$ et les points A, B, C et D forment un rectangle avec :

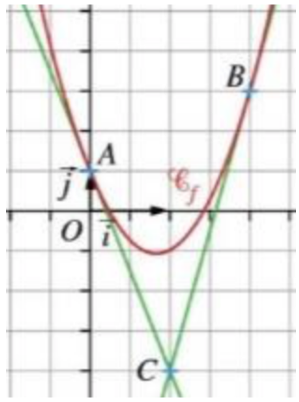
- Le point A a pour coordonnées $(x, 0)$
- Le point B est sur la droite d
- Le point C est sur l'axe des ordonnées
- Le point D est l'origine

On remarque que la valeur de x varie sur $[0; 8]$ et représente la longueur DA. On note $S(x)$ la surface du rectangle $ABCD$.



Montrer que pour $x \in [0, 8]$, on a $S(x) = x\left(4 - \dfrac{1}{2}x\right)$. Puis déterminer le tableau de variation de S et en déduire la position du point A pour que la surface du rectangle $ABCD$ soit maximale et déterminer cette valeur maximale.

Exercice 3. (2 points) Ci-contre, nous avons la représentation graphique d'une fonction f et de deux de ses tangentes (AC) et (BC) tracées aux points A et B de coordonnées respectives $(1, 1)$ et $(4, 3)$.



Déterminer graphiquement les valeurs de $f(0)$, $f'(0)$, $f(4)$ et $f'(4)$.

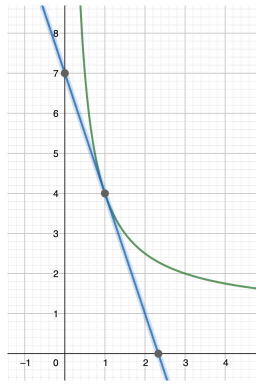
Déterminer l'équation de la tangente en B.

Exercice 4. (3 points)

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\forall x \in \mathbb{R},\ g(x) = 1 + \frac{3}{x}$$

Nous avons ci-contre la représentation graphique de la fonction g ainsi que la représentation graphique de sa tangente au point d'abscisse 1.



1. Montrer que g est dérivable en 1 et donner la valeur de $g'(1)$.
2. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe représentative de $\mathscr{C}_g$ de g au point d'abscisse 5.

Exercice 5. (3 points) Soit la fonction f est définie pour tout réel x par $f'(x) = x^2 - 3x + 6$. Montrer que pour tout a réel, f est dérivable en a et $f'(a) = 2a - 3$.

Déterminer une autre fonction g, tel que pour tout a réel, g est dérivable en a et $g'(a) = 2a - 3$.

Exercice 6. (4 points) On tire une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes.

- Soit T l'événement "La carte est un trèfle".
- Soit R l'événement "La carte est un roi".

1. Première étude. Le jeu est complet.
   (a) $P(T)$, $P(R)$, $P(T \cap R)$ et enfin $P(T \cup R)$.
   (b) Les événements T et R sont-ils indépendants ?
   (c) Déterminer $P_T(R)$ et $P_R(T)$.

2. Deuxième étude. Nous avons perdu le roi de Cœur.
   (a) $P(T)$, $P(R)$, $P(T \cap R)$ et enfin $P(T \cup R)$.
   (b) Les événements T et R sont-ils indépendants ?
   (c) Déterminer $P_T(R)$ et $P_R(T)$.

Exercice 7. (7 points)

Tous les résultats demandés dans cet exercice seront arrondis au millième.

Une entreprise produit des valises de deux types : des valises à deux roues et des valises à quatre roues. Sur chacun des deux modèles, on effectue des tests afin d'évaluer leur solidité.

On dispose des informations suivantes sur le stock de production de cette entreprise :

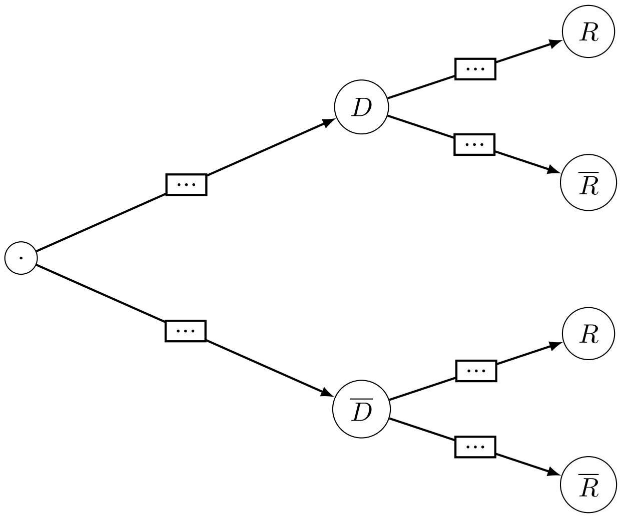
- le stock contient 30 % de valises à deux roues ;
- 95 % des valises à deux roues réussissent les tests ;
- 63 % des valises sont des valises à quatre roues **et** qui ont réussi les tests.

On choisit au hasard une valise de ce stock. On considère les évènements suivants :

- D : « La valise a deux roues » ;
- R : « La valise réussit les tests ».

Dans cet exercices les résultats pourront être arrondis à 10^{-3} près.

1. Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-dessous, au fur et à mesure de l'exercice :



2. On choisit une valise à quatre roues, déterminer la probabilité qu'elle réussisse les tests.
3. Démontrer que la probabilité que la valise choisie réussisse les tests est de $0,915$.
4. Sachant que la valise réussit les tests, quelle est la probabilité que ce soit une valise à quatre roues ?
5. Recopier et compléter l'arbre :