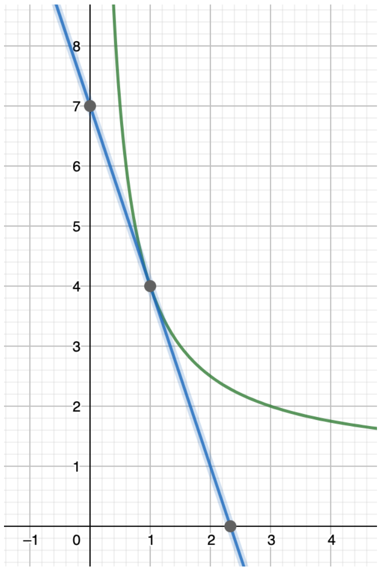
DS 3 : Probabilité et suites.

Exercice 1. On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\forall x \in \mathbb{R},\ g(x) = 1 + \frac{3}{x}$$

Nous avons ci-contre la représentation graphique de la fonction g ainsi que la représentation graphique de sa tangente au point d'abscisse 1.



1. Montrer que g est dérivable en 1 et donner la valeur de $g'(1)$.
2. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe représentative de $\mathscr{C}_g$ de g au point d'abscisse 5.
3. Montrer que pour tout a réel, g est dérivable en a et $g'(a) = \dfrac{-3}{a^2}$.
4. Donner une autre fonction f, tel que pour tout a réel, f est dérivable en a et $f'(a) = g'(a)$. On ne vous demande pas de justifier ici l'expression que vous proposez.

Exercice 2. **Tous les résultats demandés dans cet exercice seront arrondis au millième.** Une entreprise produit des valises de deux types : des valises à deux roues et des valises à quatre roues. Sur chacun des deux modèles, on effectue des tests afin d'évaluer leur solidité.

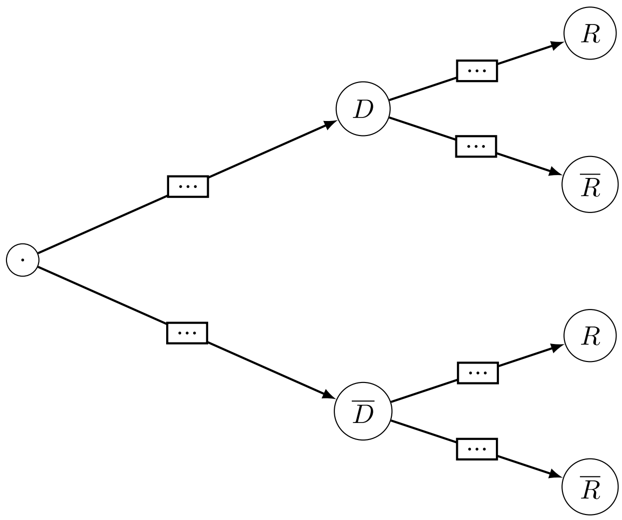
On dispose des informations suivantes sur le stock de production de cette entreprise :

- le stock contient 30 % de valises à deux roues ;
- 95 % des valises à deux roues réussissent les tests ;
- 63 % des valises sont des valises à quatre roues **et** qui ont réussi les tests.

On choisit au hasard une valise de ce stock. On considère les évènements suivants :

- D : « La valise a deux roues » ;
- R : « La valise réussit les tests ».

Dans cet exercices les résultats pourront être arrondis à 10^{-3} près.



1. Compléter l'arbre pondéré ci-contre au fur et à mesure de l'exercice :
2. On choisit une valise à quatre roues, déterminer la probabilité qu'elle réussisse les tests.
3. Démontrer que la probabilité que la valise choisie réussisse les tests est de $0,915$.
4. Sachant que la valise réussit les tests, quelle est la probabilité que ce soit une valise à quatre roues ?

Exercice 3. Une agence de location de voitures dispose de trois types de véhicules : berline, utilitaire ou luxe, et propose, au moment de la location, une option d'assurance.
Une étude statistique a permis d'établir que :

- 30 % des clients ont loué une berline et 10 % ont loué un véhicule de luxe.
- 30 % des clients qui ont loué une berline ont choisi l'option d'assurance.
- 10 % des clients ont loué un véhicule de luxe et ont choisi l'option d'assurance.
- 21 % des clients ont loué un véhicule utilitaire et ont choisi l'option d'assurance.

On prélève au hasard la fiche d'un client et on considère les évènements suivants :

- B : le client a loué une berline.
- L : le client a loué un véhicule de luxe.
- U : le client a loué un véhicule utilitaire.
- A : le client a choisi l'option d'assurance.

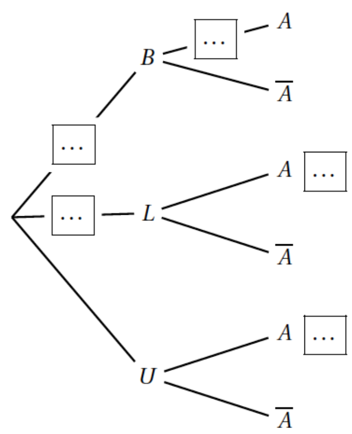
Les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilités ci-contre avec les données de l'énoncé.

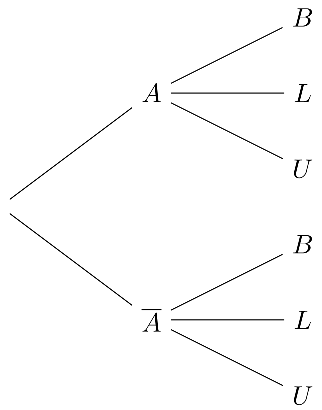
2. Quelle est la probabilité que le client ait loué une berline et ait choisi l'option d'assurance ?

3. Calculer la probabilité qu'un client ait choisi l'option d'assurance.

4. Calculer $P_L(A)$, la probabilité que le client ait souscrit une assurance sachant qu'il a loué une voiture de luxe.



Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-dessous (vous justifierez vos résultats) :



Exercice 4. Soit (u_n) une suite arithmétique de premier terme u_0 telle que : $u_4 = 62$ et $u_{14} = 172$. Déterminer la raison et u_0.
Déterminer la somme : $u_4 + u_5 + ... + u_{14}$.

Exercice 5. En 2010, un opérateur de téléphonie mobile avait 1000 milliers de clients, . Depuis, chaque année, l'opérateur perd 5 % de ses clients, mais regagne dans le même temps 9 milliers de nouveaux clients.

1. On donne l'algorithme suivant :
   . Variables : k, NbClients
   . Traitement : Affecter à k la valeur 0
   .   Affecter à NbClients la valeur 1000
   .   Tant que k<9
   .   affecter à k la valeur k+1
   .   affecter à NbClients la valeur 0.95 × NbClients + 9
   .   afficher à NbClients
   .   Fin tant que

   Compléter la phrase :
   Cet algorithme calcule et affiche le nombre de clients pour k variant de ..... à .... c'est-à-dire pour les années ..... à ....
2. Recopier et compléter le tableau de valeurs suivants :

k	1	2	3	4	5
u_k					

3. En supposant que cette évolution se poursuit de la même façon, la situation peut être modélisée par la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par :
$$u_0 = 1000 \qquad \text{et} \qquad u_{n+1} = 0,95 \times u_n + 9$$
   Le terme u_n donne une estimation du nombre de clients pour l'année $2010 + n$.
   Pour étudier la suite (u_n), on considère la suite(v_n) par définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 180$.
4. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont vous déterminerez la raison et le première terme.
5. En déduire l'expression de v_n puis de u_n en fonction de n entier naturel.