DS du 3 juin 2019 de 1 STMG.

A Loi binomiale.

Proposition 1

Si $X \sim \mathcal{B}(n;p)$ (c'est-à-dite que X suit une loi binomiale de paramètre n et p) alors :

- $E(X) = np$
- $P(X = n) = p^n$
- $P(X = 0) = (1-p)^n$
- $P(X \geqslant 1) = 1 - (1-p)^n$

B Intervalle de Fluctuation.

Proposition 2

On considère une population dont une proportion p des individus possèdent un caractère donné.
On prélève dans cette population un **échantillon** de taille n. Soit X la variable aléatoire représentant le nombre d'individus possédant ce caractère dans cet **échantillon**. Alors X suit une loi $\mathscr{B}(n,p)$.
Dans le cas où

- $n \geqslant 30$ (l'effectif de l'échantillon)
- $np \geqslant 5$ (l'espérance des succès)
- $n(1-p) \geqslant 5$ (l'espérance des échecs)

alors on obtient un intervalle proche de **l'intervalle de fluctuation au seuil de 95 % associée à la variable aléatoire X** , avec la formule :

$$I_F = \left[p - 1,96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} ; p + 1,96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right]$$

C Prise de décision

Proposition 3

Si l'on fait **l'hypothèse** : "La proportion du caractère dans la population est égale à p" et que la fréquence observé sur **l'échantillon** de taille n est f. Alors :

- Si $f \in I_F$, **l'hypothèse** n'est pas rejetée au seuil de risque d'erreur de 5 %.
- Si $f \notin I_F$, **l'hypothèse** est rejetée au seuil de risque d'erreur de 5 %.

D Estimation d'une proportion.

Proposition 4

On considère une population dont une proportion p des individus possèdent un caractère donné.
On prélève dans cette population un **échantillon** de taille n et l'on obtient une fréquence f de cet échantillon possédant le caractère étudié.
On appelle **l'intervalle de confiance de la proportion p au niveau de confiance 0,95**, l'intervalle :

$$I_C = \left[f - \frac{1}{\sqrt{n}} ; f + \frac{1}{\sqrt{n}}\right]$$

Il faudra bien sûr $n \geqslant 30$ (l'effectif de l'échantillon), $nf \geqslant 5$ et $n(1-f) \geqslant 5$.

Exercice 1. Lors d'élection législative, la liste A obtient le score de $p = 0,23 = 23\%$. Six mois après cette élection, on décide d'interroger "$n = 837$" personnes.

Parmi ces personnes interrogés, on note X la variable donnant le nombre de personnes ayant voté pour la liste A.

1. Déterminer la loi suivit par X ainsi que ses paramètres en considérant que le résultat de cette élection serait toujours le même si l'on faisait cette élection aujourd'hui.
2. Déterminer **un intervalle de fluctuation au seuil de 95 %** de la proportion de personnes interrogés ayant voté pour la liste A.
3. On observe que le résultat de la liste A auprès des ces personnes interrogés est de 20,4 %. Interpréter ce résultat à l'aide de l'intervalle précédent.
4. On refait la même expérience au bout de 1 an. On interroge cette fois 3237 personnes. On obtient alors 20,6 % de personnes parmi ces 3237 personnes qui voteraient pour la liste A.

   Après avoir déterminé un nouvel intervalle de fluctuation, interprété ce nouveau résultat.
5. Maintenant, on suppose que $n = 5$.

   On considère que la proportion de personnes ayant voté pour la liste A est toujours de 0,23.
   (a) Déterminer la loi suivit par X.
   (b) Déterminer la probabilité pour que sur ces 5 personnes :
      i. Aucune n'aient voté pour A.
      ii. Toutes aient voté pour A.
      iii. Au moins une ait voté pour A.

Exercice 2. Lors de l'élection présidentielle de 1965, on a effectué un sondage des intentions de vote pour le premier tour un mois avant l'élection. On a décidé d'interroger "$n = 2537$" personnes.

1. Le candidat A aurait obtenu au premier tour un score de $f = 0,55 = 55$ %. Déterminer **un intervalle de confiance au seuil de 95 %** du résultat de A au premier tour de l'élection. Comment interpréter ce résultat si l'élection présidentielle avait eu lieu à la suit de ce sondage.
2. La veille du premier tour d'élection présidentielle, on a effectué un nouveau sondage mais auprès de 837 personnes. On a obtenu une estimation de 47 % des personnes interrogées indiquant qui voterait le lendemain pour le candidat A.
   (a) Déterminer **un intervalle de confiance au seuil de 95 %** du résultat de A au premier tour de l'élection. Interpréter ce résultat.
   (b) Le candidat A a obtenu au premier tour (5 décembre 1965) le résultat de 44,65 %. Ce résultat est-il en contradiction avec le résultat obtenu lors du sondage.

DS du 3 juin 2019 de 1 STMG.

E Loi binomiale.

Proposition 5

Si $X \sim \mathcal{B}(n;p)$ (c'est-à-dite que X suit une loi binomiale de paramètre n et p) alors :

- $E(X) = np$
- $P(X = n) = p^n$
- $P(X = 0) = (1-p)^n$
- $P(X \geqslant 1) = 1 - (1-p)^n$

F Intervalle de Fluctuation.

Proposition 6

On considère une population dont une proportion p des individus possèdent un caractère donné.
On prélève dans cette population un **échantillon** de taille n. Soit X la variable aléatoire représentant le nombre d'individus possédant ce caractère dans cet **échantillon**. Alors X suit une loi $\mathscr{B}(n,p)$.
Dans le cas où

- $n \geqslant 30$ (l'effectif de l'échantillon)
- $np \geqslant 5$ (l'espérance des succès)
- $n(1-p) \geqslant 5$ (l'espérance des échecs)

alors on obtient un intervalle proche de **l'intervalle de fluctuation au seuil de 95 % associée à la variable aléatoire X** , avec la formule :

$$I_F = \left[p - 1,96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} ; p + 1,96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right]$$

G Prise de décision

Proposition 7

Si l'on fait **l'hypothèse** : "La proportion du caractère dans la population est égale à p" et que la fréquence observé sur **l'échantillon** de taille n est f. Alors :

- Si $f \in I_F$, **l'hypothèse** n'est pas rejetée au seuil de risque d'erreur de 5 %.
- Si $f \notin I_F$, **l'hypothèse** est rejetée au seuil de risque d'erreur de 5 %.

H Estimation d'une proportion.

Proposition 8

On considère une population dont une proportion p des individus possèdent un caractère donné.
On prélève dans cette population un **échantillon** de taille n et l'on obtient une fréquence f de cet échantillon possédant le caractère étudié.
On appelle **l'intervalle de confiance de la proportion p au niveau de confiance 0,95**, l'intervalle :

$$I_C = \left[f - \frac{1}{\sqrt{n}} ; f + \frac{1}{\sqrt{n}}\right]$$

Il faudra bien sûr $n \geqslant 30$ (l'effectif de l'échantillon), $nf \geqslant 5$ et $n(1-f) \geqslant 5$.

Exercice 1. Lors d'élection législative, la liste A obtient le score de $p = 0,22 = 22\%$. Six mois après cette élection, on décide d'interroger "$n = 837$" personnes.

Parmi ces personnes interrogés, on note X la variable donnant le nombre de personnes ayant voté pour la liste A.

1. Déterminer la loi suivit par X ainsi que ses paramètres en considérant que le résultat de cette élection serait toujours le même si l'on faisait cette élection aujourd'hui.
2. Déterminer **un intervalle de fluctuation au seuil de 95 %** de la proportion de personnes interrogés ayant voté pour la liste A.
3. On observe que le résultat de la liste A auprès des ces personnes interrogés est de 19,4 %. Interpréter ce résultat à l'aide de l'intervalle précédent.
4. On refait la même expérience au bout de 1 an. On interroge cette fois 3237 personnes. On obtient alors 19,6 % de personnes parmi ces 3237 personnes qui voteraient pour la liste A.

   Après avoir déterminé un nouvel intervalle de fluctuation, interprété ce nouveau résultat.
5. Maintenant, on suppose que $n = 4$.

   On considère que la proportion de personnes ayant voté pour la liste A est toujours de 0,23.
   (a) Déterminer la loi suivit par X.
   (b) Déterminer la probabilité pour que sur ces 5 personnes :
      i. Aucune n'aient voté pour A.
      ii. Toutes aient voté pour A.
      iii. Au moins une ait voté pour A.

Exercice 2. Lors de l'élection présidentielle de 1965, on a effectué un sondage des intentions de vote pour le premier tour un mois avant l'élection. On a décidé d'interroger "$n = 2537$" personnes.

1. Le candidat A aurait obtenu au premier tour un score de $f = 0,55 = 55$ %. Déterminer **un intervalle de confiance au seuil de 95 %** du résultat de A au premier tour de l'élection. Comment interpréter ce résultat si l'élection présidentielle avait eu lieu à la suit de ce sondage.
2. La veille du premier tour d'élection présidentielle, on a effectué un nouveau sondage mais auprès de 837 personnes. On a obtenu une estimation de 47 % des personnes interrogées indiquant qui voterait le lendemain pour le candidat A.
   (a) Déterminer **un intervalle de confiance au seuil de 95 %** du résultat de A au premier tour de l'élection. Interpréter ce résultat.
   (b) Le candidat A a obtenu au premier tour (5 décembre 1965) le résultat de 44,65 %. Ce résultat est-il en contradiction avec le résultat obtenu lors du sondage.

DS du 3 juin 2019 de 1 STMG.

I Loi binomiale.

Proposition 9

Si $X \sim \mathcal{B}(n;p)$ (c'est-à-dite que X suit une loi binomiale de paramètre n et p) alors :

- $E(X) = np$
- $P(X = n) = p^n$
- $P(X = 0) = (1-p)^n$
- $P(X \geqslant 1) = 1 - (1-p)^n$

J Intervalle de Fluctuation.

Proposition 10

On considère une population dont une proportion p des individus possèdent un caractère donné.
On prélève dans cette population un **échantillon** de taille n. Soit X la variable aléatoire représentant le nombre d'individus possédant ce caractère dans cet **échantillon**. Alors X suit une loi $\mathscr{B}(n,p)$.
Dans le cas où

- $n \geqslant 30$ (l'effectif de l'échantillon)
- $np \geqslant 5$ (l'espérance des succès)
- $n(1-p) \geqslant 5$ (l'espérance des échecs)

alors on obtient un intervalle proche de **l'intervalle de fluctuation au seuil de 95 % associée à la variable aléatoire X** , avec la formule :

$$I_F = \left[p - 1,96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} ; p + 1,96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right]$$

K Prise de décision

Proposition 11

Si l'on fait **l'hypothèse** : "La proportion du caractère dans la population est égale à p" et que la fréquence observé sur **l'échantillon** de taille n est f. Alors :

- Si $f \in I_F$, **l'hypothèse** n'est pas rejetée au seuil de risque d'erreur de 5 %.
- Si $f \notin I_F$, **l'hypothèse** est rejetée au seuil de risque d'erreur de 5 %.

L Estimation d'une proportion.

Proposition 12

On considère une population dont une proportion p des individus possèdent un caractère donné.
On prélève dans cette population un **échantillon** de taille n et l'on obtient une fréquence f de cet échantillon possédant le caractère étudié.
On appelle **l'intervalle de confiance de la proportion p au niveau de confiance 0,95**, l'intervalle :

$$I_C = \left[f - \frac{1}{\sqrt{n}} ; f + \frac{1}{\sqrt{n}}\right]$$

Il faudra bien sûr $n \geqslant 30$ (l'effectif de l'échantillon), $nf \geqslant 5$ et $n(1-f) \geqslant 5$.

Exercice 1. Lors d'élection législative, la liste A obtient le score de $p = 0,24 = 24\%$. Six mois après cette élection, on décide d'interroger "$n = 837$" personnes.

Parmi ces personnes interrogés, on note X la variable donnant le nombre de personnes ayant voté pour la liste A.

1. Déterminer la loi suivit par X ainsi que ses paramètres en considérant que le résultat de cette élection serait toujours le même si l'on faisait cette élection aujourd'hui.
2. Déterminer **un intervalle de fluctuation au seuil de 95 %** de la proportion de personnes interrogés ayant voté pour la liste A.
3. On observe que le résultat de la liste A auprès des ces personnes interrogés est de 21,4 %. Interpréter ce résultat à l'aide de l'intervalle précédent.
4. On refait la même expérience au bout de 1 an. On interroge cette fois 3237 personnes. On obtient alors 21,6 % de personnes parmi ces 3237 personnes qui voteraient pour la liste A.

   Après avoir déterminé un nouvel intervalle de fluctuation, interprété ce nouveau résultat.
5. Maintenant, on suppose que $n = 4$.

   On considère que la proportion de personnes ayant voté pour la liste A est toujours de 0,23.

   (a) Déterminer la loi suivit par X.

   (b) Déterminer la probabilité pour que sur ces 5 personnes :

      i. Aucune n'aient voté pour A.

      ii. Toutes aient voté pour A.

      iii. Au moins une ait voté pour A.

Exercice 2. Lors de l'élection présidentielle de 1965, on a effectué un sondage des intentions de vote pour le premier tour un mois avant l'élection. On a décidé d'interroger "$n = 2537$" personnes.

1. Le candidat A aurait obtenu au premier tour un score de $f = 0,55 = 55$ %. Déterminer **un intervalle de confiance au seuil de 95 %** du résultat de A au premier tour de l'élection. Comment interpréter ce résultat si l'élection présidentielle avait eu lieu à la suit de ce sondage.
2. La veille du premier tour d'élection présidentielle, on a effectué un nouveau sondage mais auprès de 837 personnes. On a obtenu une estimation de 47 % des personnes interrogées indiquant qui voterait le lendemain pour le candidat A.

   (a) Déterminer **un intervalle de confiance au seuil de 95 %** du résultat de A au premier tour de l'élection. Interpréter ce résultat.

   (b) Le candidat A a obtenu au premier tour (5 décembre 1965) le résultat de 44,65 %. Ce résultat est-il en contradiction avec le résultat obtenu lors du sondage.