

Devoir sur table 1S du 12 avril 2019

Exercice 1.

7 points

Un propriétaire décide de louer son hangar à l'année. Il propose pour l'année 2020 un loyer annuel de 4000 €, puis d'augmenter ce loyer chaque année de 2%.

On modélise cette situation par la suite (v_n) où v_n représente le loyer à l'année 2020 + n .

1. Étude de la suite (v_n) .
 - (a) Déterminer les loyers aux années 2021 et 2022. (C'est-à-dire v_1 et v_2)
 - (b) Déterminer l'expression de v_{n+1} en fonction de v_n et en déduire la nature de la suite (v_n) .
 - (c) Exprimer v_n en fonction de n .
 - (d) Déterminer le loyer que devrait percevoir le propriétaire à l'année 2034 (vous arrondirez le résultat à l'euro près)

2. On note $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n = \sum_{k=0}^n v_k$.

- (a) Déterminer ce que représentera pour le propriétaire la somme totale des loyers perçus par le propriétaire à la fin de l'année 2034. (vous arrondirez cette somme à l'euro près)
- (b) Exprimer S_n en fonction de n .
- (c) On veut déterminer au bout de combien d'année la totalité des loyers perçus dépassera 100 000 €. Montrer que cela revient à déterminer les valeurs de n pour que : $1,02^{n+1} \geq 1,5$.
- (d) Nous avons fait tourner le petit programme Python suivant :

```
N=0
while 1.02**N<1.5:    %On rappelle que ** signifie puissance.
    N=N+1
print(N)
```

La valeur affichée dans le Shell est 21. Commenter ce résultat.

Exercice 2.

4,5 points

Une pizzeria assure à ses clients une livraison en moins de 30 min. On a pu vérifier que 97 % des clients étaient livrés en moins de 30 min. Ce que l'on interprétera par : "la probabilité qu'un client soit livré en moins de 30 min est 0,97".

Le mardi soir la pizzeria livre 100 clients. On note X la variable aléatoire donnant le nombre de clients n'ayant pas été livrés en moins de 30 min ce mardi soir.

1. Déterminer la loi de probabilité de X .
2. Montrer que la probabilité pour qu'aucun client n'ait pas été livré avec plus de 30 min est $0,97^{100}$.
3. A la calculatrice, déterminer la probabilité qu'il y ait moins de 3 clients n'ayant pas été livrés en moins de 30 min. (Vous donnerez une valeur approchée à 10^{-3} près).
4. Parmi les expressions suivantes déterminer la valeur exacte de $P(X = 1)$ (justifier) :

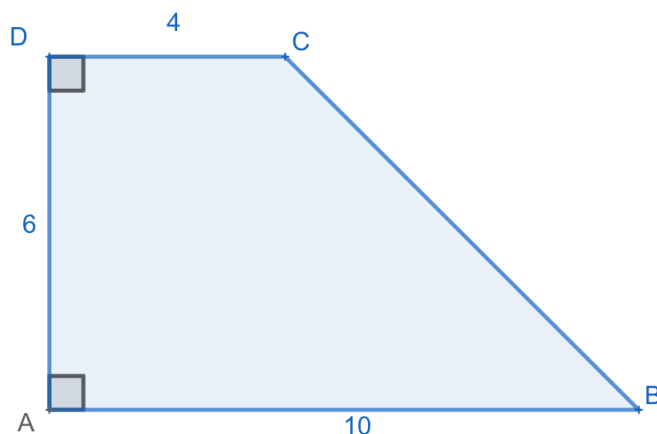
- (a) $100 \times 0,03 \times 0,97^{99}$ (b) $100 \times 0,03^{99} \times 0,97$ (c) $0,03 \times 0,97^{99}$ (d) $0,03^{99} \times 0,97$

5. Déterminer l'espérance et la variance de X . Interprétez l'espérance.

Exercice 3.

2,5 points

On considère le trapèze rectangle :



Faire correspondre, les produits scalaires suivants avec leur valeur. (aucune justification n'est demandée)

Attention : une valeur peut ne jamais correspondre ou correspondre plusieurs fois.

- | | |
|--|-------------|
| 1. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$. | (a) -40 . |
| 2. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$. | (b) 60 . |
| 3. $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BA}$. | (c) 0 . |
| 4. $\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{DC}$. | (d) -36 . |
| 5. $\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{DA}$. | (e) -60 . |

Exercice 4.

6 points

On considère les points de coordonnées $E(2, 1)$, $F(4, 2)$ et $G(4 - \sqrt{3}; 2 + 2\sqrt{3})$.

1. Nature du triangle EFG .
 - (a) Déterminer le produit scalaire $\overrightarrow{FE} \cdot \overrightarrow{FG}$.
 - (b) En déduire la nature du triangle EFG .
2. Angle orienté $(\overrightarrow{EF}; \overrightarrow{EG})$
 - (a) Déterminer les longueurs EF et EG .
 - (b) Déterminer le produit scalaires $\overrightarrow{EF} \cdot \overrightarrow{EG}$.
 - (c) En déduire que $\cos(\overrightarrow{EF}; \overrightarrow{EG}) = \frac{1}{2}$ puis déterminer sa valeur.