

Exercice 3

5 points

Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Les parties A et B peuvent être traitées indépendamment.

Partie A

Une course cyclosportive propose deux parcours : un grand de 130 kilomètres et un petit de 70 kilomètres.

L'étude ci-après porte sur les cyclistes fidèles qui participent tous les ans à cette épreuve.

En 2018, 42 % des cyclistes ont fait le grand parcours, les autres le petit.

Ces dernières années, les organisateurs ont constaté que :

- 90% des cyclistes ayant fait le grand parcours une année se réinscrivent pour ce même parcours l'année suivante ; les autres s'inscrivent pour faire le petit parcours.
- 15% des cyclistes ayant fait le petit parcours une année s'inscrivent sur le grand parcours l'année suivante ; les autres restent fidèles au petit parcours.

On note G l'état : « le cycliste fait le grand parcours », S l'état : « le cycliste fait le petit parcours » et $P_n = (g_n \quad s_n)$ désigne la matrice ligne donnant la probabilité, pour un cycliste, de participer respectivement au grand et au petit parcours lors de la course de l'année (2018 + n).

1. Représenter la situation à l'aide d'un graphe probabiliste de sommets G et S.
2. Recopier et compléter la matrice de transition M de ce graphe en respectant l'ordre des sommets G puis S :

$$M = \begin{pmatrix} 0,9 & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix}.$$

3. Déterminer l'état initial P_0 et l'état P_1 .

En déduire le pourcentage de cyclistes qui, selon ce modèle, participeront au grand parcours en 2019.

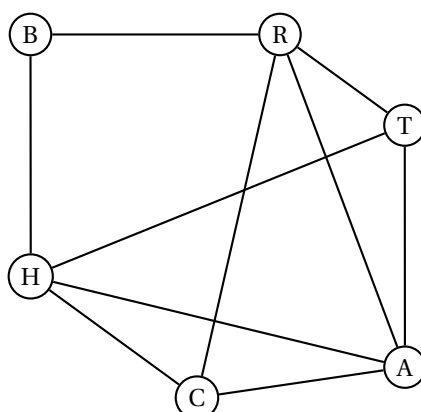
4. On note $P = (x \quad y)$ la matrice associée à l'état stable de ce graphe.
 - a. Calculer x et y en résolvant un système.
 - b. Selon ce modèle, peut-on dire qu'à long terme le grand parcours aura plus de succès que le petit ?

Partie B

Au village départ de cette course cyclosportive, les différents stands présents sont :

- le stand des vélos de routes (R),
- le stand des VTT (T),
- le stand des BMX (B),
- le stand de l'habillement (H),
- le stand des compteurs et GPS (C),
- le stand des accessoires et pièces détachées (A).

Le graphe ci-dessous représente le plan du village départ : les sommets correspondent aux stands et les arêtes aux allées qui les relient.



1. Ce graphe est-il complet ? Est-il connexe ? Justifier les réponses.
2. Un cycliste peut-il visiter tous les stands en empruntant une et une seule fois chacune des allées ? Justifier la réponse. Si oui, donner un trajet possible en précisant le stand de départ et celui d'arrivée.