Fiche méthode polynôme du second degré.

Méthode 1. Pour déterminer la forme canonique du polynôme $f(x) = -2x^2 + 6x - 4$. On a $a = -2$, $b = 6$ et $c = -4$. On a

$$\alpha = \frac{-b}{2a} = \frac{-6}{2 \times (-2)} = \frac{3}{2} = 1,5$$

Puis :

$$\beta = f(\alpha) = f\left(\frac{3}{2}\right) = -2 \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 + 6 \times \left(\frac{3}{2}\right) - 4 = \frac{1}{2}$$

La forme canonique du polynôme est donc :

$$f(x) = -2x^2 + 6x - 4 = a(x-\alpha)^2 + \beta = -2(x-1,5)^2 + \frac{1}{2}$$

Méthode 2. Pour déterminer le tableau de variation de la fonction polynôme de l'exemple précédent $f(x) = -2x^2+6x-4$. On a déjà calculer $\alpha = 1,5$ et $\beta = f(\alpha) = \frac{1}{2}$. Et comme $a = -2 < 0$, on obtient le tableau :

x	$-\infty$		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$f(x)$		$\nearrow$	$\frac{1}{2}$	$\searrow$	

Proposition 1. *On considère $f(x) = ax^2 + bx + c$ et son discriminant $\Delta = b^2 - 4ac$.*

Si $\Delta > 0$	***Si*** $\Delta = 0$	***Si*** $\Delta < 0$
2 racines	*1 unique racine*	*n'admet pas de racines*
$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ *et* $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$	$x_0 = \frac{-b}{2a}$	*aucune racine*

Méthode 3. Pour déterminer les racines de la fonction polynôme $f(x) = -2x^2 + 6x - 4$.
$1^{iére}$ **étape** : On calcul le discriminant :

$$\Delta = b^2 - 4ac = 6^2 - 4 \times (-2) \times (-4) = 4$$

$2^{ième}$ **étape** On détermine le nombre de racines à partir du signe du discriminant.
Ici $\Delta = 4 > 0$. Donc la fonction f admet deux racines.
$3^{ième}$ **étape** Si le discriminant les positif on détermine les racines :

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-6-\sqrt{4}}{2 \times (-2)} = 2 \text{ et } x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-6+\sqrt{4}}{2 \times (-2)} = 1$$

Proposition 2. *On obtient les 3 situations suivantes :*

— ***Si*** $\Delta > 0$ *alors le signe de* $f(x) = a\,(x - x_1)\,(x - x_2)$ *est donné par le tableau suivant :*

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
$f(x)$		*signe de a*	0	*signe de -a*	0	*signe de a*	

— ***Si*** $\Delta = 0$ *alors le signe de* $f(x) = a\,(x - x_0)^2$ *est donné par le tableau suivant :*

x	$-\infty$		x_0		$+\infty$
		signe de a	0	*signe de a*	

— ***Si*** $\Delta < 0$ *alors le signe de* $f(x) = a\left((x-\alpha)^2 - \frac{\Delta}{4a^2}\right)$ *(On peut observer* $(x-\alpha)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} \geqslant -\frac{\Delta}{4a^2}$*) est donné par le tableau suivant :*

x	$-\infty$		$+\infty$
		signe de a	

Méthode 4. Pour déterminer la fonction polynôme $f(x) = -2x^2 + 6x - 4$. Les racines sont 1 et 2. Le coefficient $a = -2$. On obtient :

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	