Durée : 1 heures

∾ Feuille Wims second degré. ∾

Exercice 1 *On considère le trinôme $f(x) = 2x^2 - 4x - 16$. Déterminer la forme canonique de f.*
***Page 2 du cours** : La fonction f peut s'écrire sous la forme $f(x) = a(x-\alpha)^2 + \beta$. Avec $\alpha = \frac{-b}{2a}$ et $\beta = f(\alpha)$.*
Donc $\alpha = \frac{-(-4)}{2\times 2} = 1$ et $\beta = f(1) = 2\times 1^2 - 4\times 1 - 16 = -18$. Donc la forme canonique de f est :

$$f(x) = 2(x-1)^2 - 18$$

Pour obtenir une forme factorisée :
*$1^{ière}$ **étape :** On factorise par a :*

$$f(x) = 2\left[(x-1)^2 - 9\right]$$

*$2^{ième}$ **étape :** On utilise l'identité remarquable $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$:*

$$f(x) = 2\left[(x-1)^2 - 3^2\right] = 2\left((x-1)-3\right)\left((x-1)+3\right) = 2(x-4)(x+2)$$

***Remarque :** On peut alors en déduire les racines $x_1 = 4$ et $x_2 = -2$.*

Exercice 2 *On considère le trinôme $f(x) = 2x^2 - 4x - 16$. Déterminer le minimum de f sur l'intervalle $I = -3;5]$.*
*$1^{ière}$ **méthode :** On détermine la forme canonique. (Voir exercice 1) :*

$$f(x) = 2(x-1)^2 - 18$$

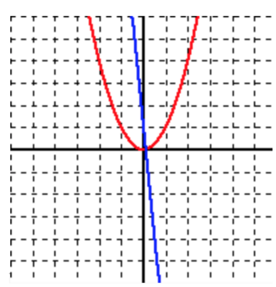
Dés lors comme :

$$(x-1)^2 \geq 0 \Leftrightarrow 2(x-1)^2 - 18 \geq -18$$

On peut en conclure que f admet un minimum est 1 qui vaut -18 puisque $f(1) = -18$.
*$2^{ième}$ **méthode :** On utilise le $IV - C$ page 3 du cours.*
Comme $a > 0$ la fonction f admet un minimum en $\alpha = \dfrac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{2\times 2} = 1$ et ce minimum vaut $\beta = f(1) = 2\times 1^2 - 4\times 1 - 16 = -18$.

Exercice 3 *Idem exercice 1.*

Exercice 4 *On a représenté la parabole P d'équation $y = x^2$ et la droite d d'équation $y = 1 - 10x$.*



Déterminer les points de concours de P et de d.
Pour cela on résout :

$$x^2 = 1 - 10x \Leftrightarrow x^2 + 10x - 1 = 0$$

Ensuite, comme c'est un polynôme du second degré, on utilise les formules et méthodes $V - A$ page 3.
*$1^{ière}$ **étape :** On calcul $\Delta = b^2 - 4ac = 10^2 - 4\times 1\times(-1) = 104 (= 4\times 26)$.*
*$2^{ième}$ **étape :** On utilise les formules donnant les racines. Comme $\Delta > 0$ alors l'équation f possède 2 racines x_1 et x_2 t :*

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-10-2\sqrt{26}}{2\times 1} = -5-\sqrt{26} \simeq -10{,}1 \quad et \quad x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-10+2\sqrt{26}}{2\times 1} = -5+\sqrt{26} \simeq 0{,}1$$

Exercice 5 *Déterminer une fonction f, représentée par la parabole de sommet $S(0,-1)$ et passant par le point $A(1,-3)$*
On peut en déduire puisque S est le sommet que $\alpha = 0$ et $\beta = -1$ d'où la forme canonique :

$$f(x) = a(x-0)^2 - 1$$

Par ailleurs, comme A est sur la représentation graphique. Donc $f(1) = -3$, ce qui ce traduit par :

$$f(1) = a(1-0)^2 - 1 = a - 1 = -3 \Leftrightarrow a = -2$$

D'où la forme canonique :

$$f(x) = -2(x-0)^2 - 1 = -2x^2 - 1$$

Exercice 6 *A ne pas faire.*

Exercice 7 *On peut déjà deviner la courbure en fonction de a, ensuite soit $f(0)$ soit le sommet (α,β).*