Interrogation formative du 14 décembre 2018.

Exercice 1. On considère les trois fonctions suivantes définie sur $[-2;4]$:

- $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x$
- $g(x) = -x^3 - 3x^2 - 3x$
- $h(x) = x^3 + x^2 + x$

1. (a) Soit f une fonction polynôme du troisième degré définie sur $[-2,4]$ par :

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x$$

Donc :

$$f'(x) = 3x^2 - 6x - 9$$

On doit maintenant déterminer le signe de la fonction dérivée qui précède. Or cette fonction est du second degré. Donc :
$1^{ière}$ **étape : On détermine le discriminant :**

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4 \times 3 \times (-9) = 144 > 0$$

$2^{ième}$ **étape : Si f' possède des racines (discriminant positif)**

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-6)-\sqrt{144}}{2\times 3} = -1 \qquad et \qquad x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-6)+\sqrt{144}}{2\times 3} = 3$$

f' est du signe de $a = 1 > 0$ à l'extérieur des racines. $3^{ième}$ **étape : On dresse le tableau de la fonction f :**

x	-2		-1		3		4
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	-2	$\nearrow$	5	$\searrow$	-27	$\nearrow$	-20

$4^{ième}$ **étape : On détermine la valeur des extrema**
Ici on calcul les image de -2, -1, 3 et 4 pour compléter le tableau.

(b) Soit g une fonction polynôme du troisième degré définie sur $[-2,4]$ par :

$$g(x) = -x^3 - 3x^2 - 3x$$

Donc :

$$g'(x) = -3x^2 - 6x - 3$$

On doit maintenant déterminer le signe de la fonction dérivée qui précède. Or cette fonction est du second degré. Donc :
$1^{ière}$ **étape : On détermine le discriminant :**

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4 \times (-3) \times (-3) = 0$$

$2^{ième}$ **étape : g' possède une racine double.**

$$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-6)}{2\times(-3)} = -1$$

g' est du signe de $a = -3 < 0$.
$3^{ième}$ **étape : On dresse le tableau de la fonction g :**

x	-2 $\quad\quad\quad\quad$ 4
$g'(x)$	$-$
$g(x)$	$2 \searrow -124$

$4^{ième}$ **étape : On détermine la valeur des extrema**
Ici on calcul les image de -2 et 4 pour compléter le tableau.

(c) Soit h une fonction polynôme du troisième degré définie sur $[-2, 4]$ par :

$$h(x) = x^3 + x^2 + x$$

Donc :

$$h'(x) = 3x^2 + 2x + 1$$

On doit maintenant déterminer le signe de la fonction dérivée qui précède. Or cette fonction est du second degré. Donc :
$1^{ière}$ **étape : On détermine le discriminant :**

$$\Delta = b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \times 3 \times 1 = -8 < 0$$

$2^{ième}$ **étape : Pas de racine pour h'. Donc h' du signe de** $a = 3 > 0$

$3^{ième}$ **étape : On dresse le tableau de la fonction h :**

x	-2 $\quad\quad\quad\quad$ 4
$h'(x)$	$+$
$h(x)$	$-6 \searrow -84$

$4^{ième}$ **étape : On détermine la valeur des extrema**
Ici on calcul les image de -2 et 4 pour compléter le tableau.

2. Déterminer une équation de la tangente à $(\mathcal{C}_h)$ au point d'abscisse -1.
On utilise la formule donnant la tangente au point d'abscisse a : $T_a : y = f'(a)(x - a) + f(a)$.

$$h'(-1) = 2 \qquad h(-1) = -1$$

Donc l'équation de la tangente à $(\mathcal{C}_h)$ au point d'abscisse -1 est :

$$y = 2(x + 1) - 1 = 2x + 1$$

Exercice 2. On considère les trois fonctions suivantes définie sur $[-2;4]$:

- $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 9x$
- $g(x) = x^3 + 3x^2 + 3x$
- $h(x) = x^3 + x^2 + x$

1. (a) Soit f une fonction polynôme du troisième degré définie sur $[-2,4]$ par :

$$f(x) = -x^3 + 3x^2 + 9x$$

Alors :

$$f'(x) = -3x^2 + 6x + 9$$

On doit maintenant déterminer le signe de la fonction dérivée qui précède. Or cette fonction est du second degré. Donc :
$1^{ière}$ **étape : On détermine le discriminant :**

$$\Delta = b^2 - 4ac = 6^2 - 4 \times (-3) \times 9 = 144 > 0$$

$2^{ième}$ **étape : Si f' possède des racines (discriminant positif)**

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-6-\sqrt{144}}{2\times(-3)} = 3 \qquad et \qquad x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-6+\sqrt{144}}{2\times(-3)} = -1$$

f' est du signe de $a = -1 < 0$ à l'extérieur des racines. $3^{ième}$ **étape : On dresse le tableau de la fonction f :**

x	-2		-1		3		4
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	2	$\searrow$	-5	$\nearrow$	27	$\searrow$	20

$4^{ième}$ **étape : On détermine la valeur des extrema**
Ici on calcul les image de -2, -1, 3 et 4 pour compléter le tableau.

(b) Soit g une fonction polynôme du troisième degré définie sur $[-2,4]$ par :

$$g(x) = x^3 + 3x^2 + 3x$$

Alors :

$$g'(x) = 3x^2 + 6x + 3$$

On doit maintenant déterminer le signe de la fonction dérivée qui précède. Or cette fonction est du second degré. Donc :
$1^{ière}$ **étape : On détermine le discriminant :**

$$\Delta = b^2 - 4ac = 6^2 - 4 \times 3 \times 3 = 0$$

$2^{ième}$ **étape : Ici g' possède qu'une racine double.**

$$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-6}{2\times 3} = -1$$

g' est du signe de $a = 3 > 0$.
$3^{ième}$ **étape : On dresse le tableau de la fonction g :**

x	-2		4
$g'(x)$		$+$	
$g(x)$	-2	$\nearrow$	124

$4^{ième}$ **étape : On détermine la valeur des extrema**
Ici on calcul les image de -2 et 4 pour compléter le tableau.

(c) Soit h une fonction polynôme du troisième degré définie sur $[-2, 4]$ par :

$$h(x) = x^3 + x^2 + x$$

Alors :

$$h'(x) = 3x^2 + 2x + 1$$

On doit maintenant déterminer le signe de la fonction dérivée qui précède. Or cette fonction est du second degré. Donc :
$1^{ière}$ **étape : On détermine le discriminant :**

$$\Delta = b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \times 3 \times 1 = -8 < 0$$

$2^{ième}$ **étape : Pas de racine pour h'. Donc h' du signe de** $a = 3 > 0$

$3^{ième}$ **étape : On dresse le tableau de la fonction h :**

x	-2		4
$h'(x)$		$+$	
$h(x)$	-6	$\searrow$	-84

$4^{ième}$ **étape : On détermine la valeur des extrema**
Ici on calcul les image de -2 et 4 pour compléter le tableau.

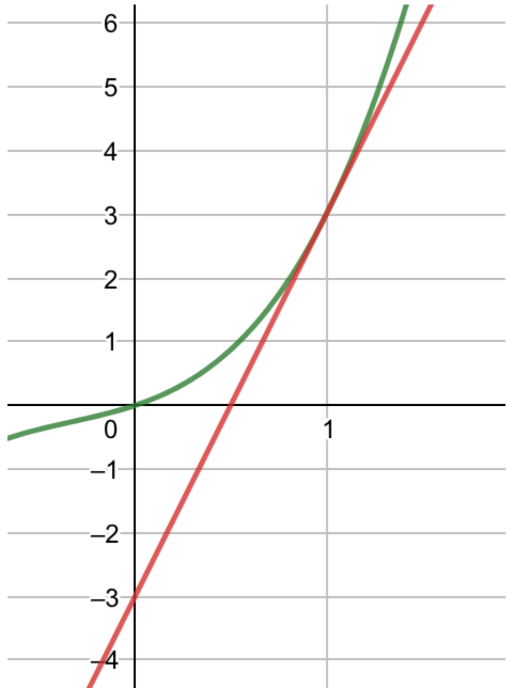
2. Déterminer une équation de la tangente à $(\mathcal{C}_h)$ au point d'abscisse -1.
On utilise la formule donnant la tangente au point d'abscisse a : $T_a : y = f'(a)(x - a) + f(a)$.

$$h'(-1) = 2 \qquad h(-1) = -1$$

Donc l'équation de la tangente à $(\mathcal{C}_h)$ au point d'abscisse -1 est :

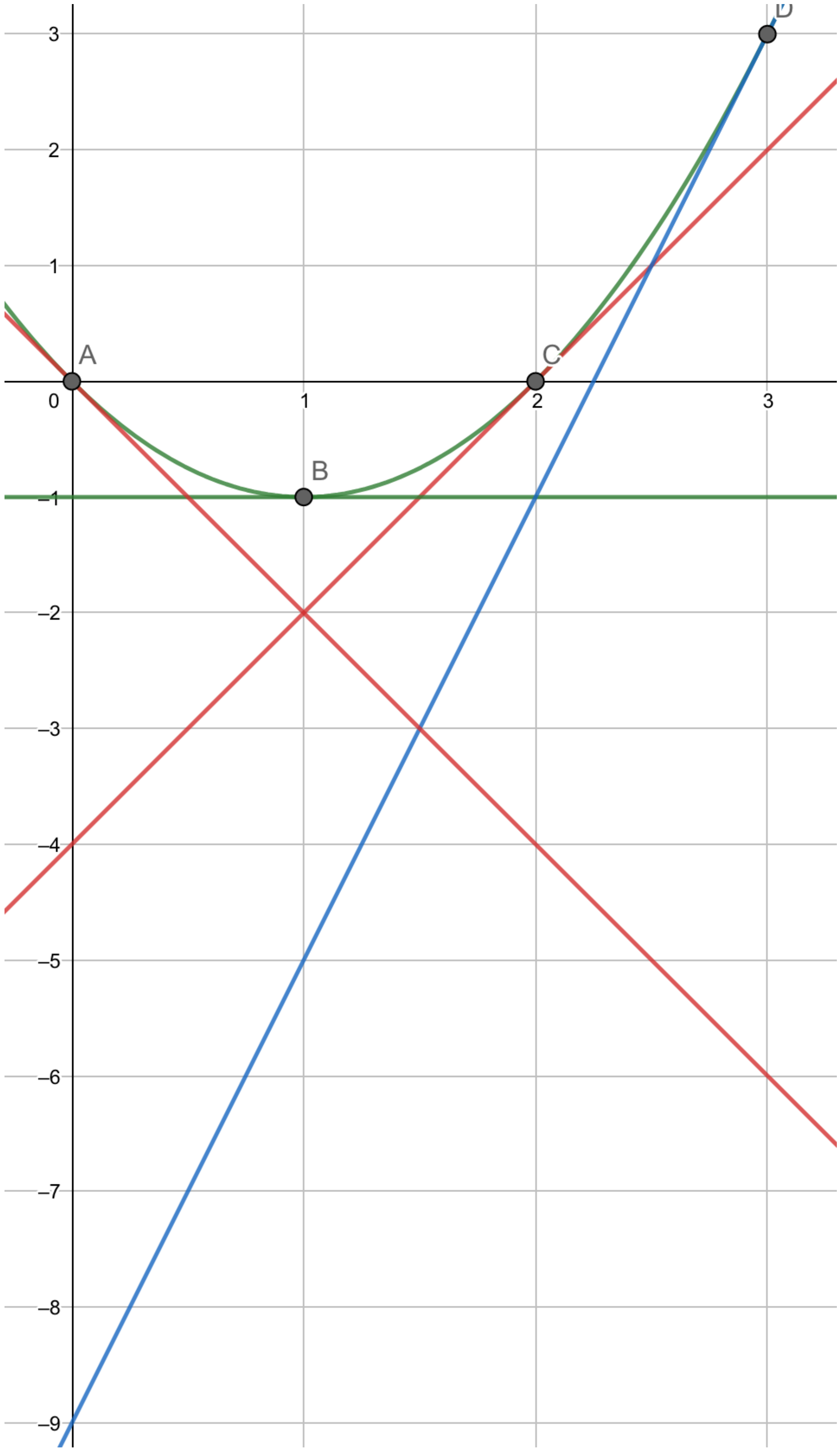
$$y = 2(x + 1) - 1 = 2x + 1$$

Exercice 3. Ci-dessous est représentée une fonction f ainsi que la tangente en 0 à $\mathcal{C}_f$ (courbe représentative de f). En déduire la valeur de $f'(1)$ en justifiant (vous pouvez faire un dessin sur le graphique).



$$f'(1) = coefficient\ directeur\ de\ la\ tangente\ en\ 1 = 6$$

Exercice 4. Ci-dessous, nous avons la représentation de la fonction p et les tangentes à sa courbe représentative aux points A, B, C et D d'abscisses respectifs 0, 1, 2 et 3.



Déterminer les valeurs de $f'(0)$, $f'(1)$, $f'(2)$ et enfin de $f'(3)$. On détermine les coefficients directeur des tangentes respectivement en 0, 1, 2 et 3 et on obtient :

$f'(0) = -2$, $f'(1) = 0$ (tangente horizontale), $f'(2) = 2$ et enfin de $f'(3) = 4$