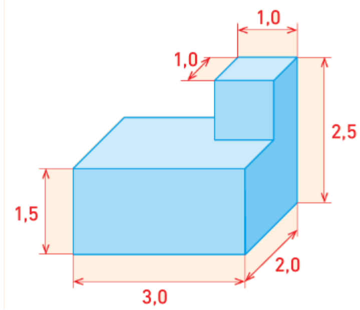
PARCOURS 3 : Fabriquer des fonctions

EXERCICE 17 :
Programmer une fonction qui reçoit en entrée le prix HT, le taux de TVA et qui renvoie le prix TTC.
Rappel : les taux de TVA à utiliser sont 5,5%, 10% ou 20%.

EXERCICE 18 :
(Fonction affine par morceaux) : extrait d'un manuel de seconde
Créer une fonction qui renvoie le volume de fioul dans la cuve en fonction de la hauteur de liquide dans la cuve.

85 Une cuve de fioul est formée par deux parallélépipèdes. Le volume de fioul contenu dans cette cuve dépend de la hauteur de liquide.
Les dimensions sont exprimées en mètres.



EXERCICE 19 :
Un élément radioactif se désintègre de la façon suivante : le nombre de noyaux diminue de *q* % par jour, *q* dépendant de la nature du matériau radioactif. On souhaite calculer la demi-vie, c'est à dire chercher au bout de combien de jours le nombre de noyaux aura diminué de moitié.
Créer la fonction demi-vie.

EXERCICE 20 :
Écrire une fonction qui prend en entrée un entier et qui renvoie vrai si ce nombre est divisible par 10 et pas par 3 et false sinon.

EXERCICE 21 :
Écrire une fonction qui prenne en entrée une chaîne de caractère et qui renvoie le nombre de voyelles et le nombre de consonnes

EXERCICE 22 :
Écrire deux fonctions : pair et impair qui testent la parité d'un nombre.

PARCOURS 4: Utiliser des fonctions

EXERCICE 23 :
En reprenant le travail de l'exercice 7 : écrire une fonction qui renvoie le nombre de diviseurs d'un entier naturel n.
Utiliser cette fonction dans un programme qui affiche tous les entiers entre 1 et 1000 ayant exactement 5 diviseurs.

EXERCICE 24 : Encadrer une racine d'une équation
1°) Par balayage :
- **a)** Écrire une fonction qui permette de déterminer les images de $f(x) = x^3 - 3x - 1$
- **b)** Écrire une fonction *balayage(a,n)* : cette fonction permet de déterminer un encadrement d'amplitude 10^{-n} d'une solution de l'équation $f(x) = 0$ par balayage sur l'intervalle $[a\,;+\infty[$. Cela suppose que *f* s'annule au moins une fois sur $[a\,;+\infty[$ (une étude graphique préalable de la fonction est nécessaire).

2°) Travail sur la dichotomie : la fonction est connue – *Pour un script plus général cf. la partie pour aller plus loin.* Proposer une fonction *dichotomie(a,b,n)* qui permette de déterminer une valeur approchée à 10^{-n} prés d'une solution de $f(x) = 0$ comprise entre a et b.

EXERCICE 25 : Travail sur les triangles
1°) Établir une fonction qui prend en entrée trois longueurs et qui renvoie : True si le triangle est constructible False sinon.
2°) Établir une fonction qui prend en entrée les longueurs des côtés d'un triangle et qui renvoie : triangle rectangle ou triangle non rectangle. *Attention : ne pas faire de tests d'égalité avec des flottants !*
3°) Établir un script qui prenne en entrée trois longueurs et qui renvoie la nature du triangle ou ce n'est pas un triangle s'il n'est pas constructible.

EXERCICE 26 : (Ressources problèmes ouverts académie Bordeaux)
Au début du 18ème siècle, un marchand veut remonter de Sète jusqu'à Toulouse pour vendre sa farine. Pour cela, il emprunte le canal du Midi qui relie le mer Méditerranée et la Garonne. Ce canal est parsemé de 63 écluses. À chacune d'elles, le marchand doit laisser 1% de son chargement en péage royal, puis échanger 5 sacs de farine contre de la nourriture. L'objectif est de déterminer la quantité de farine qu'il lui reste à vendre à son arrivée à Toulouse.
1°) Écrire un programme nbsacs(x) qui calcule le nombre de sacs restants à Toulouse en fonction du nombre x de sacs que le marchand avait au départ de Sète.
2°) Pour rendre le voyage rentable, le marchand souhaite arriver avec au moins la moitié de son chargement de départ. Il cherche la valeur minimale de x pour cela. Écrire un programme faisant appel au précédent pour répondre à la question.

EXERCICE 27 : Problème du Duc de Toscane
1°) Écrire une fonction somme(n) qui renvoie la somme des faces des n dés à 6 faces classiques.
2°) L'objectif est de comparer les probabilités d'obtenir 9 et 10 lorsqu'on fait la somme des numéros sortis lors du lancer de trois dés. Ce problème fait référence au paradoxe historique du Duc de Toscane.
Écrire un programme qui permet de déterminer la fréquence d'apparition de 9 et 10 et conjecturer le résultat le plus probable à l'aide de cet algorithme.

EXERCICE 28 :
Laurent Sartre BY-NC - SA
1°) Écrire une fonction *prem(n)* qui teste si un nombre est premier.
2°) Écrire une fonction *premier_facteur(n)* qui renvoie le plus petit facteur premier de n.
2°) Écrire un script qui affiche les facteurs premiers d'un entier n, chacun d'entre eux pouvant être répété.

Pour aller plus loin :

EXERCICE 29 : *Généralisation de l'exercice 24.*
On peut définir les fonctions *balayage* et *dichotomie* en ajoutant la fonction dans les paramètres.
On aura ainsi les fonctions : *balayage(f,a,n)* et *dichotomie(f,a,b,n).*
Pour cela il faudra utiliser une nouvelle façon de définir des fonctions : la commande **lambda**, très utile pour définir rapidement une fonction à la volée. Tout ce que peut faire **lambda, def … return** peut le faire mais en plus d'étapes. ATTENTION :la simplicité d'écriture de cette commande a un revers, on ne peut l'écrire que sur une ligne, la fonction ainsi définie ne peut comporter qu'une seule instruction :
Syntaxe :

lambda {paramètres séparées par des virgules} : {instruction} #dans {instruction} on peut faire appel à une autre fonction définie ou non avec un lambda

Une fois les fonctions balayage et dichotomie redéfinies, il suffira de saisir dans la console :
balayage(lambda x :x**3-3*x-1,1,3) ou dichotomie(lambda x :x**3-3*x-1,1,3,3) afin de déterminer un encadrement (ou une valeur approchée) à 10^{-3} près de la solution positive de f(x) = 0.
REMARQUE : Cette méthode est utilisée dans le document **Eduscol : Algorithmique et programmation p12**.
Déterminer une valeur approchée des solutions de $2x^3 + 3x^2 - 12x - 3 = 0$ puis déterminer les solutions non nulles de $\sin(x) = \frac{x}{2}$ toujours à 10^{-3} prés.

EXERCICE 30 : Lynx et lièvres : le modèle de Lokta-Volterra
Les scientifiques Vito Volterra et Alfred Lokta ont étudié vers 1930 l'évolution conjointe de deux populations animales dont l'une est la proie de l'autre : les lynx et les lièvres de la Baie d'Hudson au nord du Canada.
On dispose pour ces deux espèces de statistiques établies depuis le XIXe siècle lors du commerce des fourrures.
On note lynx(n) le nombre de lynx l'année n et lièvre(n) le nombre de lièvres l'année n.
On suppose que l'année 0 il y a 3800 lynx et 62000 lièvres.

On admet que : $\begin{cases} \text{lynx}(n+1) = 8\times10^{-6}\text{lynx}(n)\text{lièvre}(n) + 0{,}5\text{lynx}(n) \\ \text{lièvre}(n+1) = 1{,}08\text{lièvre}(n) - 2\times10^{-5}\text{lièvre}(n)\text{lynx}(n) \end{cases}$

Écrire une fonction lynx(n) et une fonction lièvre(n).
Déterminer le nombre d'animaux de chaque espèce pendant les 10 prochaines années