

**Exercice 1**

**5 points**

**Commun à tous les candidats**

*Cet exercice est un QCM (questionnaire à choix multiples). Pour chacune des questions posées, une seule des quatre réponses est exacte. Recopier le numéro de la question et la réponse exacte. Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte 1 point, une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.*

1. Parmi toutes les fonctions définies sur  $]0 ; +\infty[$  et dont l'expression algébrique est donnée ci-dessous, la seule qui est convexe est :

a.  $x^3 - 3x^2 + 4$                       b.  $\ln(x)$                       c.  $-e^x$                       d.  $x^2 + x + 5$

2. Une primitive de  $f$  sur  $]0 ; +\infty[$  définie par  $f(x) = \ln(x)$  est la fonction  $F$  définie par :

a.  $F(x) = \frac{1}{x}$                       b.  $F(x) = x \ln(x) - x$                       c.  $F(x) = x \ln(x)$                       d.  $F(x) = \ln(x)$

3. La valeur exacte de l'intégrale  $\int_0^1 e^{2x} dx$  est égale à :

a. 3,19                      b.  $e^2 - 1$                       c.  $\frac{1}{2}e^2$                       d.  $\frac{1}{2}(e^2 - 1)$

4. Si une variable aléatoire  $X$  suit la loi normale  $\mathcal{N}(1 ; 4)$ , alors une valeur approchée au centième de  $P(2 \leq X \leq 3)$  est :

a. 0,15                      b. 0,09                      c. 0,34                      d. 0,13

5. Dans une commune comptant plus de 100 000 habitants, un institut réalise un sondage auprès de la population. Sur 100 personnes interrogées, 55 affirment être satisfaites de leur maire.

L'intervalle de confiance au niveau de confiance 0,95 permettant de connaître la cote de popularité du maire est :

a.  $[0,35 ; 0,75]$                       b.  $[0,40 ; 0,70]$                       c.  $[0,45 ; 0,65]$                       d.  $[0,50 ; 0,60]$

**Exercice 3**

**5 points**

**Commun à tous les candidats**

**Partie A**

On considère la fonction  $C$  définie sur l'intervalle  $[5 ; 60]$  par :

$$C(x) = \frac{e^{0,1x} + 20}{x}.$$

1. On désigne par  $C'$  la dérivée de la fonction  $C$ .

Montrer que, pour tout  $x \in [5 ; 60]$ ,  $C'(x) = \frac{0,1xe^{0,1x} - e^{0,1x} - 20}{x^2}$ .

2. On considère la fonction  $f$  définie sur  $[5 ; 60]$  par

$$f(x) = 0,1xe^{0,1x} - e^{0,1x} - 20.$$

- a. Montrer que la fonction  $f$  est strictement croissante sur  $[5; 60]$ .
  - b. Montrer que l'équation  $f(x) = 0$  possède une unique solution  $\alpha$  dans  $[5; 60]$ .
  - c. Donner un encadrement à l'unité de  $\alpha$ .
  - d. En déduire le tableau de signes de  $f(x)$  sur  $[5; 60]$ .
3. En déduire le tableau de variations de  $C$  sur  $[5; 60]$ .
  4. En utilisant le tableau de variations précédent, déterminer le nombre de solutions des équations suivantes :
    - a.  $C(x) = 2$ .
    - b.  $C(x) = 5$ .

### Partie B

Une entreprise fabrique chaque mois  $x$  vélos de course, avec  $x$  appartenant à l'intervalle  $[5; 60]$ .

Le coût moyen de fabrication, exprimé en milliers d'euros, pour une production de  $x$  vélos de course, est donné par la fonction  $C$  définie dans la partie A.

Déterminer le nombre de vélos à produire pour que le coût de fabrication moyen soit minimal.

### Exercice 4

5 points

#### Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Un propriétaire d'une salle louant des terrains de squash s'interroge sur le taux d'occupation de ses terrains. Sachant que la location d'un terrain dure une heure, il a classé les heures en deux catégories : les heures pleines (soir et week-end) et les heures creuses (le reste de la semaine). Dans le cadre de cette répartition, 70 % des heures sont creuses.

Une étude statistique sur une semaine lui a permis de s'apercevoir que :

- lorsque l'heure est creuse, 20 % des terrains sont occupés ;
- lorsque l'heure est pleine, 90 % des terrains sont occupés.

On choisit un terrain de la salle au hasard. On notera les événements :

- $C$  : « l'heure est creuse »
- $T$  : « le terrain est occupé »

1. Représenter cette situation par un arbre de probabilités.
2. Déterminer la probabilité que le terrain soit occupé et que l'heure soit creuse.
3. Déterminer la probabilité que le terrain soit occupé.
4. Montrer que la probabilité que l'heure soit pleine, sachant que le terrain est occupé, est égale à  $\frac{27}{41}$ .

Dans le but d'inciter ses clients à venir hors des heures de grande fréquentation, le propriétaire a instauré, pour la location d'un terrain, des tarifs différenciés :

- 10 € pour une heure pleine,
- 6 € pour une heure creuse.

On note  $X$  la variable aléatoire qui prend pour valeur la recette en euros obtenue grâce à la location d'un terrain de la salle, choisi au hasard. Ainsi,  $X$  prend 3 valeurs :

- 10 lorsque le terrain est occupé et loué en heure pleine,
- 6 lorsque le terrain est occupé et loué en heure creuse,
- 0 lorsque le terrain n'est pas occupé.

5. Construire le tableau décrivant la loi de probabilité de  $X$ .
6. Déterminer l'espérance de  $X$ .
7. La salle comporte 10 terrains et est ouverte 70 heures par semaine.  
Calculer la recette hebdomadaire moyenne de la salle.