Résumé sur les suites arithmétiques et géométriques.

.	**Suite arithmétique**	**Suite géométrique**
Formule de récurrence.	• $u_{n+1} = u_n + r$ (où r est la raison) Si $u_{n+1} - u_n = r$ alors (u_n) est arithmétiques de raison r.	• $v_{n+1} = q \times v_n$ (où q est la raison) Si $\dfrac{v_{n+1}}{v_n} = q$ alors (v_n) est géométrique de raison q.
Variations.	• Si $r > 0$ la suite (u_n) est croissante. • Si $r < 0$ la suite (u_n) est décroissante.	<table><tr><td></td><td>1^{ier} terme > 0</td><td>1^{ier} terme < 0</td></tr><tr><td>Si $0 < q < 1$</td><td>$u_n \searrow 0$</td><td>$u_n \nearrow 0$</td></tr><tr><td>Si $1 = q$</td><td>u_n constante</td><td>u_n constante</td></tr><tr><td>Si $1 < q$</td><td>$u_n \nearrow +\infty$</td><td>$u_n \searrow -\infty$</td></tr></table>
limite.	• Si $r > 0$ alors $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$. • Si $r < 0$ alors $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = -\infty$.	• Si $-1 < q < 1$ alors $\lim\limits_{n\to+\infty} q^n = 0$. • Si $q = 1$ alors $\lim\limits_{n\to+\infty} 1^n = 1$. • Si $1 < q$ alors $\lim\limits_{n\to+\infty} q^n = +\infty$.
Expression en fonction de n.	• $u_n = nr + u_0$. • $u_n = (n-k)r + u_k$.	• $v_n = q^n v_0$. • $v_n = q^{n-k} v_k$.
Somme de termes.	• $\sum\limits_{k=1}^{n} k = 1 + 2 + ... + n = \dfrac{n(n+1)}{2}$ • $u_k + ... + u_n = \dfrac{1^{ier}\text{terme} + \text{dernier terme}}{2} \times \text{nb de termes}$	• $\sum\limits_{k=0}^{n} q^k = 1 + q + ... + q^n = \dfrac{1-q^{n+1}}{1-q} = \dfrac{q^{n+1}-1}{q-1}$ • $v_k + ... + v_n = 1^{ier}\text{terme} \times \dfrac{1-q^{\text{nb de termes}}}{1-q}$

1 Somme des termes d'une suite arithmétique.

Si l'on considère la suite arithmétique (u_n) de première terme $u_0 = \dfrac{57}{5}$ et de raison $r = \dfrac{-1}{2}$.

L'expression de u_n en fonction de n est : $u_n = u_0 + nr = \dfrac{57}{5} - \dfrac{1}{2}n$ (fonction affine).

Pour déterminer la somme des 20 premiers termes :

$$\begin{aligned}
\sum_{k=0}^{20} u_k = u_0 + u_1 + ... + u_{20} &= \underbrace{\frac{\frac{57}{5} + \frac{7}{5}}{2} \times 21}_{\text{deuxième formule}} \\
&= \frac{57}{5} - \frac{1}{2} \times 0 + \frac{57}{5} - \frac{1}{2} \times 1 + \frac{57}{5} - \frac{1}{2} \times 2 + ... + \frac{57}{5} - \frac{1}{2} \times 20 \\
&= \underbrace{\frac{57}{5} + \frac{57}{5} + \frac{57}{5} + ... + \frac{57}{5}}_{21 \text{ fois}} - \frac{1}{2} \times 0 - \frac{1}{2} \times 1 - \frac{1}{2} \times 2 - ... - \frac{1}{2} \times 20 \\
&= 21 \times \frac{57}{5} - \frac{1}{2} \times (0 + 1 + 2 + ... + 20) = 21 \times \frac{57}{5} - \frac{1}{2} \times \frac{21 \times 20}{2} \\
&= \frac{1072}{5}
\end{aligned}$$

2 Somme des termes d'une suite géométrique.

Soit la suite géométrique (v_n) de première terme $v_0 = \dfrac{57}{5}$ et de raison $q = \dfrac{-1}{2}$.

L'expression de v_n en fonction de n est : $v_n = v_0 \times q^n = \dfrac{57}{5} \times \left(\dfrac{-1}{2}\right)^n$

Pour déterminer la somme des 20 premiers termes :

$$\begin{aligned}
\sum_{k=0}^{20} u_k &= v_0 + v_1 + ... + v_{20} \\
&= \frac{57}{5} \times \left(\frac{-1}{2}\right)^0 + \frac{57}{5} \times \left(\frac{-1}{2}\right)^1 + \frac{57}{5} \times \left(\frac{-1}{2}\right)^2 + ... + \frac{57}{5} \times \left(\frac{-1}{2}\right)^{20} \\
&= \frac{57}{5} \left[\left(\frac{-1}{2}\right)^0 + \left(\frac{-1}{2}\right)^1 + \left(\frac{-1}{2}\right)^2 + ... + \left(\frac{-1}{2}\right)^{20} \right] \\
&= \underbrace{\frac{57}{5} \times \frac{1 - \left(\frac{-1}{2}\right)^{21}}{1 + \frac{1}{2}}}_{\text{Directement avec la deuxième formule}} = \frac{38}{5} \left(1 + \left(\frac{1}{2}\right)^{21}\right)
\end{aligned}$$