Chapitre 1 : Résumer sur les fonctions du second degré.

Définition 1

On appelle **fonction polynomiale du second degré** (ou trinôme) toute fonction définie sur $\mathbb{R}$ et de la forme

$$f : x \longmapsto ax^2 + bx + c$$

avec a,b et c des réels et $a \neq 0$. Ce sont les **coefficients** de la fonction polynomiale.

Proposition 1 (Forme Canonique)

On considère une fonction polynomiale f telle que $f(x) = ax^2 + bx + c$. La fonction f peut s'écrire sous la forme $f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$. Cette expression est appelée **forme canonique** de la fonction polynomiale f.

$$\alpha = \frac{-b}{2a} \qquad \text{et} \qquad \beta = f(\alpha) = \frac{-b^2 + 4ac}{4a}$$

Fonction polynomiale du 2^{sd} degré : variation.

- Si $a > 0$ alors on a une courbe et un tableau de variation de la forme suivante :

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	β	$\nearrow$	$+\infty$

- Si $a < 0$ alors on a un tableau de variation de la forme suivante :

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	β	$\searrow$	$-\infty$

Définition 2 (Racine(s) et Discriminant.)

On appelle **racine** de f tout nombre réel x tel que $f(x) = 0$.
On appelle **discriminant** de $f(x) = ax^2 + bx + c$ et l'on note Δ, le nombre $\Delta = b^2 - 4ac$.

Proposition 2

- **Si** $\Delta > 0$ alors l'équation f possède 2 racines x_1 et x_2 telles que

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \qquad \text{et la factorisation sous la forme} \quad f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$$

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
$f(x)$		signe de a	0	signe de -a	0	signe de a	

- **Si** $\Delta = 0$ alors l'équation f possède 1 unique racine x_0 appelé racine double, est

$$x_0 = \frac{-b}{2a} \qquad \text{et la factorisation sous la forme} \quad f(x) = a(x - x_0)^2$$

x	$-\infty$		x_0		$+\infty$
		signe de a	0	signe de a	

- **Si** $\Delta < 0$ alors l'équation $f(x) = 0$ n'admet pas de solutions réelle.

x	$-\infty$		$+\infty$
		signe de a	

Proposition 3 (Relations entre racines et coefficients)

On obtient les deux relations suivantes : $\begin{cases} ax_1x_2 = c \\ a(x_1 + x_2) = -b \end{cases}$