Baccalauréat ES/L Antilles-Guyane 18 juin 2019

Exercice 2 **5 points**

Candidats de ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

La mairie d'une ville propose une carte jeune annuelle donnant droit à des réductions sur les activités culturelles et de loisirs. La mairie espère que dans l'avenir, au moins 70 % de la population des 12-18 ans possèdent la carte et si oui, en quelle année cela se produirait.
Ces dernières années, lors du renouvellement de la carte, on a constaté que 10 % des possesseurs de la carte ne la rachètent pas. Dans le même temps, 30 % de la population des 12-18 ans qui ne la possédaient pas l'année précédente achètent la carte. On fait l'hypothèse que l'effectif de la population des 12-18 ans est constant et que l'évolution va rester la même pour les prochaines années.
En 2018, 80 % des jeunes de 12-18 ans ne possédaient pas la carte.
On note, pour tout entier naturel n, a_n la part de la population des 12-18 ans de la ville possédant la carte l'année $2018+n$, et b_n la part de la population des 12-18 ans ne la possédant pas.

Partie A

1. Représenter cette situation par un graphe probabiliste de sommets A et B où le sommet A représente l'état « posséder une carte jeune » et B l'état « ne pas posséder une carte jeune ».
2. Déterminer la matrice de transition M de ce graphe en respectant l'ordre A puis B des sommets.
3. **a.** Vérifier que $a_2 = 0,552$ et $b_2 = 0,448$.

   b. Interpréter le coefficient 0,552 dans le contexte de l'énoncé.
4. On note a et b les coefficients de la matrice P correspondant à l'état stable de ce graphe.

   a. Montrer que les nombres a et b sont solutions du système $\left\{\begin{array}{rcl} -0,1a+0,3b &=& 0\\ a+\quad b &=& 1\end{array}\right.$

   b. Justifier que la mairie peut espérer qu'à l'avenir au moins 70 % de la population des 12-18 ans possèdent la carte.

Partie B

On admet que pour tout entier naturel n, $a_{n+1} = 0,6a_n + 0,3$ et que la suite (a_n) est croissante.

1. On donne l'algorithme suivant dans lequel A est un nombre réel et N est un entier naturel.

```
A ← 0,2
N ← 0
Tant que ...... faire
    A prend la valeur ......
    N prend la valeur ......
Fin Tant Que
```

   Recopier puis compléter les pointillés des lignes 3 à 5 de l'algorithme ci-dessus pour qu'il affiche le nombre d'années nécessaires à la mairie pour atteindre son objectif qu'au moins 70 % de la population des 12-18 ans possèdent la carte.
2. En quelle année l'objectif sera-t-il atteint ?

Baccalauréat ES Amérique du Nord 30 mai 2013

EXERCICE 3 **5 points**
Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Léa est inscrite sur les réseaux sociaux et consulte régulièrement sa page.

On considère que :

- Si Léa s'est connectée un certain jour, la probabilité qu'elle se connecte le lendemain est égale à $0,9$.
- Si Léa ne s'est pas connectée un certain jour, la probabilité qu'elle se connecte le lendemain est égale à $0,8$.

Pour tout entier $n \geqslant 1$, on note a_n la probabilité que Léa se connecte le n-ième jour et b_n la probabilité qu'elle ne se connecte pas le n-ième jour.
On a donc : $a_n + b_n = 1$.

Le 1er jour, Léa ne s'est pas connectée, on a donc $a_1 = 0$.

1. **a.** Traduire les données par un graphe probabiliste.
   b. Préciser la matrice M de transition associée à ce graphe.
   c. Déterminer la probabilité que Léa se connecte le troisième jour.
2. Démontrer que, pour tout entier $n \geqslant 1$, on a : $a_{n+1} = 0,1a_n + 0,8$.
3. On considère la suite (u_n) définie, pour tout entier $n \geqslant 1$, par $u_nn = a_n - \dfrac{8}{9}$.
   a. Montrer que (u_n) est une suite géométrique, préciser sa raison et son premier terme.
   b. Exprimer u_n puis a_n en fonction de n.
4. **a.** Déterminer en justifiant la limite de (a_n).
   b. Interpréter ce résultat.