

Devoir commun de Mathématiques de 1S du 16 mai 2019

Consignes : Il vous faudra rendre 3 copies séparées : 1 copie avec l'exercice 1, une copie avec l'exercice 2 et une copie avec les exercices 3 et 4 (les exercices 3 et 4 sont donc fait sur la même copie).

Exercice 1.

5,5 points

Une compagnie aérienne possède un avion d'une capacité de 70 passagers.

Partie A

Lors d'un sondage, la compagnie a demandé aux 66 passagers présents, le nombre de voyages qu'ils accomplissent par avion et par an. Les résultats sont résumés dans le tableau ci-dessous :

Nombre de voyages	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Nombre de passagers	8	15	10	8	8	7	5	2	3
E.C.C									

1. Compléter la ligne des effectifs cumulés croissants du tableau ci-dessus.
2. Calculer la médiane et les quartiles de cette série. Justifier brièvement par les calculs.
3. Calculer l'écart-inter quartile.

Partie B

Les clients réservent par Internet sans obligation d'achat et sans pénalité en cas de non-présentation.

La compagnie propose n places à la réservation ($n \geq 70$) et on suppose que les n places sont réservées mais seuls 90 % des voyageurs se présentent à l'embarquement et achètent effectivement leur billet.

Le prix du billet s'élève à 90 €. Du point de vue de la compagnie, la présence ou non d'un client à l'embarquement est une épreuve de Bernoulli et les n clients, représentent n répétitions identiques et indépendantes de cette épreuve. X est la variable aléatoire qui donne le nombre de clients qui embarquent parmi les n clients qui ont réservé.

1. **On suppose dans cette partie que $n = 70$.**

- (a) Quelle est la loi suivie par X ? Déterminer ses paramètres n et p . (Justifier)
- (b) Calculer la probabilité qu'il y ait au moins une place libre dans l'avion (Donner la valeur exacte puis arrondie au millième).
Indication : vous justifierez que l'évènement "il y a au moins une place libre dans l'avion." s'écrit ($X \leq 69$).
Vous écrirez le calcul.

- (c) Déterminer l'espérance et on déduire la recette moyenne du vol.

2. **On suppose dans cette partie que $n = 80$.** Si un voyageur ayant réservé arrive pour embarquer alors que l'avion est déjà complet, la compagnie lui verse 45 € en guise de dédommagement.

- (a) Quelle est la loi suivie par X ? Déterminer ses paramètres n et p . (Cette fois aucune justification n'est demandée)
- (b) Calculer la probabilité qu'il y ait au moins une place libre dans l'avion. (Vous pourrez utiliser la calculatrice et vous arrondirez au millième).
- (c) Calculer la probabilité qu'il y ait au moins un voyageur ayant réservé et ne pouvant pas embarquer. (Vous pourrez utiliser la calculatrice et arrondir au millième).

Exercice 2. Étude de fonction :

7 points

1. Soit g , la fonction définie sur \mathbb{R} par $g(x) = 4x^2 - 4x - 24$.

- (a) Résoudre l'équation $g(x) = 0$.
- (b) En déduire la forme factorisée de l'expression de $g(x)$.

2. Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{-2x + 1}{2x^2 + 12}$

- (a) Expliquer pourquoi cette fonction est bien définie pour toute valeur réelle de x .
- (b) Donner l'écriture fractionnaire irréductible de $f(-2)$. Les calculs intermédiaires doivent apparaître sur votre copie.

3. (a) Démontrer que l'expression de sa dérivée, notée f' , est : $f'(x) = \frac{g(x)}{(2x^2 + 12)^2}$

- (b) Étudier les signes de $f'(x)$. On présentera la réponse sous la forme d'un tableau des signes.
- (c) En déduire le tableau des variations de f (ne pas oublier d'y inscrire les extrema locaux)

4. On note T la tangente à la courbe représentative de la fonction f , au point d'abscisse 2.

- (a) Justifier que la valeur du coefficient directeur de T est $-0,04$.
- (b) Donner l'équation réduite de T.

Exercice 3.

3,5 points

On considère un triangle ABC et les points E et F tel que : $\overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CA}$ et $\overrightarrow{BF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.

1. Faire une figure avec le triangle ABC et les points E, F.
2. Déterminer les coordonnées des points E et F dans le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.
3. Montrer que les points A, E et F sont alignés.
4. Déterminer l'équation des droites (AE) et (BC) dans le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.
5. Déterminer l'intersection des droites (AE) et (BC) .

Exercice 4.

4 points (sans le bonus)

Depuis 2010, Marceau dépose chaque année au premier janvier la somme de 1000 € sur un compte rémunéré à 2,5 % par an (Plan Épargne Logement : PEL) . On note S_n la somme sur le compte au premier janvier de l'année 2010 + n . Donc $S_0 = 1000$.

1. Montrer que $S_1 = 2025$ € et $S_2 = 3075,625$ €.
2. Étude d'une suite intermédiaire. On considère ici un épargnant qui dépose à l'année 0, la somme de 1000 euros sur un compte rémunéré à 2,5 %. Ensuite, on considère qu'il ne dépose plus d'argent sur ce compte. On note u_k la somme sur ce compte au bout de k années.
 - (a) Déterminer l'expression de u_{k+1} en fonction de u_k et déterminer la nature de la suite.
 - (b) En déduire l'expression de u_k en fonction de k .
 - (c) Montrer que $u_{10} \simeq 1280$ € si l'on arrondi le résultat à l'euro près.
3. Expliquez pourquoi l'on peut considérer que : $S_n = \sum_{k=0}^n u_k = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$
4. Déterminer la somme dont disposera Marceau au premier janvier de l'année 2028.
5. (Bonus) On veut déterminer à partir de quelle année Marceau est censé avoir sur son compte plus de 40000 €.
 - (a) On souhaite écrire un programme permettant de déterminer à partir de quelle année Marceau est censé avoir sur son compte plus de 40 000 €. Pour cela recopier et compléter le programme ci-dessous :

```

U ← 1000
S ← 1000
N ← 0
Tant que S < 40 000 faire
    U ← .....
    S ← .....
    N ← .....
fin de tant que
Afficher N
  
```

- (b) Déterminer l'année à partir de laquelle Marceau disposera de plus de 40 000 €.