Exercices échantillonnage et intervalle de fluctuation.

Exercice 1. Lors d'élection présidentielle le candidat A obtient au second tour un score de $p = 0,65 = 65$ % . Un an après cette élection, on décide d'interroger "$n = 987$" personnes.

Parmi ces personnes interroger, on note X la variable donnant le nombre de personne ayant voté pour A.

1. Déterminer la loi suivit par X ainsi que ses paramètres en considérant que la résultat de cette élection serait toujours le même si l'on faisait cette élection aujourd'hui.

   On a répétition 987 fois d'une même expérience (pour chaque personne interrogée) avec deux issues possibles (soit la personne a voté pour A (succès) soit non (échec)) de façon indépendante. Donc X le nombre de personnes ayant voté pour A suit une loi binomiale de paramètre n=987 et p=0,65.

2. Déterminer **un intervalle de fluctuation au seuil de 95 %** de la proportion de personnes interrogés ayant voté pour le candidat A.

$$I = \left[p - 1,96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}; p + 1,96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right] = \left[0,65 - 1,96\sqrt{\frac{0,65 \times 0,35}{987}}; 0,65 + 1,96\sqrt{\frac{0,65 \times 0,35}{987}}\right] = [0,620; 0,680]$$

3. On observe que le résultat de A auprès des ces personnes interrogés est de 4 % de moins. Interpréter ce résultat à l'aide de l'intervalle précédent.

   On obtient donc une proportion de personnes ayant voté pour A de 61 % (puisque 65-4 =61).

   Or $0,61 \notin [0,620; 0,680]$, donc on peut dire qu'au seuil de confiance de 95 %, que la proportion de personnes ayant voté pour A à sensiblement baissée par rapport à l'année des élections. (un an avant)

4. Maintenant, on suppose que $n = 10$. Déterminer la probabilité pour que sur ces 10 personnes :

   On a $X \sim \mathscr{B}(10, 0,65)$

   (a) Aucune n'aient voté pour A :

$$P(X = 0) = (1-p)^n = 0,35^{10} \simeq 0,00003 \text{ à 0,00001 près}$$

   (b) Toutes aient voté pour A.

$$P(X = n) = p^n = 0,65^{10} \simeq 0,013 \text{ à 0,001 près}$$

   (c) Au moins une aient voté pour A.

$$P(X \leqslant 1 = 1 - P(X = 0) = 1 - (1-p)^n = 1 - 0,35^{10} \simeq 1 \text{ à 0,001 près}$$

Exercice 2. Lors d'élection présidentielle, on effectué un sondage des intentions de vote pour le second tour. On décide d'interroger "$n = 1837$" personnes .

Le candidat A obtiendrait au second tour un score de $f = 0,525 = 52,5\%$.

1. Déterminer **un intervalle de confiance au seuil de 95 %** du résultat de A au second tour.

$$I = \left[f - \frac{1}{\sqrt{n}}; f + \frac{1}{\sqrt{n}}\right] \left[0,525 - \frac{1}{\sqrt{1837}}; 0,525 + \frac{1}{\sqrt{1837}}\right] = [0,502; 0,548]$$

2. Peut-on affirmer au seuil de confiance de 95 % que le candidat sera élu au second tour ?

   Comme $0,5 \notin [0,502; 0,548]$, on peut affirmer au seuil de confiance de 95 % que le candidat sera élu au second tour.

   Remarque : Si $0,5 \in I$ on ne peut pas conclure.

   Enfin si $0,5 \notin I$ mais que I est en dessous de 0,5 alors on peut affirmer au seuil de confiance de 95 % que le candidat ne sera pas élu au second tour.