Correction du travail en groupe du 12 avril.

Exercice 1. Un propriétaire décide de louer son hangar à l'année. Il propose pour l'année 2020 un loyer annuel de 4000 €, puis d'augmenter ce loyer chaque année de 2%.

On modélisée cette situation par la suite (v_n) où v_n représente le loyer à l'année $2020 + n$.

1. Déterminer les loyers aux années 2021 et 2022. (C'est-à-dire v_1 et v_2)
   $v_1 = 1,02 \times 4000 = 4080$ € en 2021 et $v_2 = 1,02 \times 4080 = 4161,6$ € en 2022.
2. Déterminer l'expression de v_{n+1} en fonction de v_n et en déduire la nature de la suite (v_n).
   $$v_{n+1} = \underbrace{v_n}_{\text{loyer à l'année 2020+n}} \times \underbrace{1+0,02}_{\text{Augmentation de 100 €}}$$
   Donc la suite (v_n) est une suite géométrique de premier terme $v_0 = 4000$ et de raison $1,02$.
3. Exprimer v_n en fonction de n.
   $$v_n = q^n v_0 = 1,02^n \times 4000$$
4. Déterminer le loyer que devrait percevoir le propriétaire à l'année 2034 (vous arrondirez le résultat à l'euro près)
   $$v_{14} = 1,02^{14} \times 4000 \simeq 5278€$$

Exercice 2. Dans un lac, on a placé 1000 truites en 2000. Les pécheurs font que dans ce lac la population de truites diminue chaque année de 10% (en dépit de phénomène de reproduction). Par ailleurs, pour éviter que la population de truites disparaisse, les autorités introduisent chaque année 500 truites de plus dans le lac. On modélise cette situation par une suite (w_n) qui représentera la population dans le lac à l'année $2000 + n$.

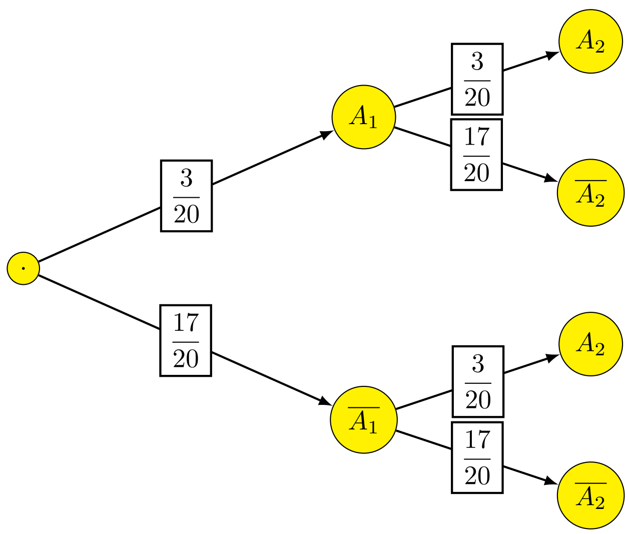
1. Déterminez les valeurs $w_1 = 1000 \times 0,9 + 500 = 1400$, $w_2 = 1400 \times 0,9 + 500 = 1760$ et $w_3 = 1760 \times 0,9 + 500 = 2084$
2. A combien peut-on estimer la population de truites à l'année 2010 puis 2020. Que remarque-t-on ? (Vous utiliserez votre machine pour déterminer ces valeurs)
   En 2010, $w_{10} = 3605$ truites.
   En 2020, $w_{20} = 4514$ truites.
   La population de truites augmente chaque année.
3. Déterminer l'année n à partir de laquelle la population de truites est supérieure à 4990.
   $w_{56} = 4989$ et $w_{57} = 4990$, il faut donc attendre 2057 pour atteindre 4990 truites.
4. Déterminer l'année n à partir de laquelle la population de truites est supérieure à 5010.
   On constate que l'on atteint jamais

Exercice 3. On considère maintenant un dé à 20 faces avec :

- 3 faces de 1
- 17 faces de rien.

On lance ce dé deux fois de suite. On note A_i l'évènement obtenir "1" au $i^{ième}$ lancer.

1. Compléter l'arbre pondéré ci-contre :



2. On note X le nombre de "1" que l'on aura obtenue sur ces deux lancés. Recopier et compléter le tableau suivant :

$$P(X=0)=\frac{17}{20}\times\frac{17}{20}=\frac{289}{400}=0,7225 \qquad et \qquad P(X=2)=\frac{3}{20}\times\frac{3}{20}=\frac{9}{400}=0,0225$$

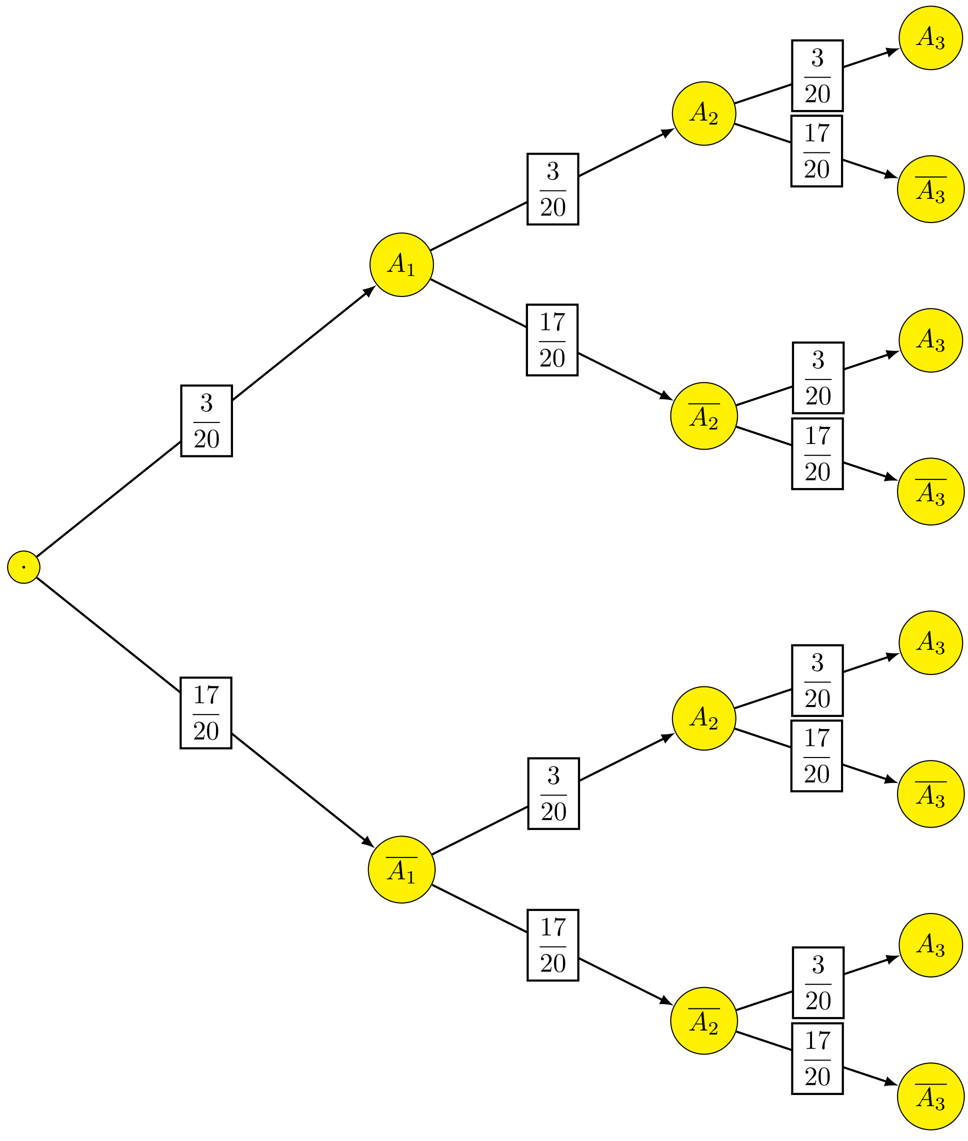
$$P(X=1)=2\times\frac{3}{20}\times\frac{17}{20}=\frac{102}{400}=0,255 \qquad ou \qquad P(X=1)=1-P(X=0)-P(X=2)=0,255$$

Valeurs possibles : x_i	0	1	2
Probabilités $P(X=x_i)$	0,7225	0,255	0,0225

L'espérance de la variable X est

$$E(X)=0\times 0,7225+1\times 0,255+2\times 0,0225=0,3$$

3. Cette fois l'on lance 3 fois ce même dé. On note encore X le nombre de fois où le on obtient "1" sur ces trois lancers. Déterminer la loi de probabilité.



Valeurs possibles : x_i	0	1	2	3
Probabilités $P(X=x_i)$	$\frac{17^3}{20^3}0,614125$	$3\times\frac{3}{20}\times\frac{17^2}{20^2}=0,325125$	$3\times\frac{3^2}{20}\times\frac{17}{20^2}=0,057375$	$\frac{3^3}{20^3}=0,003375$

L'espérance est $E(X)=0,45$.

Exercice 4. On considère une urne avec :

- 2 boule blanche.
- 5 boules Noires.

On tire une boule puis on note sa couleur puis, on retire une boule puis on note sa couleur.
On note X le nombre de boules blanches obtenues.

1. Représenter cette situation par un arbre.
2. Déterminer la loi de probabilité de X.
3. Refaire les questions précédentes dans le cas où l'on répète trois fois l'expérience au lieu de deux.