Chapitre 6 : Suites numériques en 1STMG.

	Suite arithmétique	Suite géométrique
Formule de récurrence.	• $u_{n+1} = u_n + r$ (où r est la raison)	• $v_{n+1} = q \times v_n$ (où q est la raison)
Expression en fonction de n.	• $u_n = nr + u_0$.	• $v_n = q^n v_0$.

1 Exemple de suite arithmétique.

La grand mère de Philémon lui a donné en 2010 une somme de 100 €, puis chaque année elle lui donne 10€ de plus. Philémon décide de ne pas dépenser son argent et de systématiquement déposer ces sommes sur un compte épargne A. La suite (u_n) représente la somme donnée par la grand-mère à l'année $2010 + n$.
Ici, on obtient l'expression :

$$u_{n+1} = \underbrace{u_n}_{\text{Somme à l'année 2010+n}} + \underbrace{10}_{\text{Augmenté de 10 euros}}$$

Dés lors, nous pouvons affirmer que (u_n) est une suite arithmétique de raison 10 (somme ajouté chaque année) et de premier terme $u_0 = 100$.
On peut en déduire en déduire l'expression en fonction de n en utilisant la dernière ligne du tableau :

$$u_n = n \times r + u_0 = 10n + 100$$

Par exemple, si l'on souhaite connaitre la somme donnée par la grand-mère en 2015 (c'est-à-dire : 2010+15) il faut déterminer

$$u_{15} = 15 \times 10 + 100 = 250€$$

Si qui semble évident c'est que la somme donnée par la grand mère chaque année augmente. Ce sera le cas, chaque fois que la raison (ici 10 €) sera positive.

2 Exemple de suite géométrique.

Le grand-père de Philémon lui a donné en 2010 une somme de 100 €, puis chaque année il lui donne 8 % de plus que l'année précédente. La suite (v_n) représente la somme donnée par la grand-père à l'année $2010 + n$.
Ici, on obtient l'expression :

$$v_{n+1} = \underbrace{v_n}_{\text{Somme à l'année 2010+n}} \times \underbrace{1+0,08}_{\text{Augmenté de 8 \%}} = 1,08v_n$$

Dés lors, nous pouvons affirmer que (v_n) est une suite géométrique de raison 1,08 et de premier terme $v_0 = 100$.
On peut en déduire en déduire l'expression en fonction de n en utilisant la dernière ligne du tableau :

$$v_n = 1,08^n v_0 = 1,08^n 100$$

Par exemple, si l'on souhaite connaitre la somme donnée par le grand-père en 2015 (c'est-à-dire : 2010+15) il faut déterminer

$$v_{15} = 1,08^{15}100 \simeq 317,20 \text{ euro}$$

Si qui semble évident c'est que la somme donnée par le grand-père chaque année augmente. Ce sera le cas, chaque fois que la raison (ici 1,08) sera supérieur à 1.

3 Exemple de suite ni arithmétique, ni géométrique.

On peut considérer une population de sangliers sur la commune de Munex, qui était de 1000 têtes en 2000, puis chaque année du fait des phénomène de reproduction, cette population augmente de 10 %. Pour éviter une trop grande prolifération de la population de sangliers, la commune décide d'autoriser l'abattage de 90 sangliers chaque année. Si on note w_n la population de sangliers à l'année $2000 + n$, on obtient :

$$w_{n+1} = \underbrace{w_n}_{\text{population à l'année 200+N}} \times \underbrace{1,1}_{\text{augmenté de 10\%}} - \underbrace{90}_{\text{abattage de 90 sangliers.}} = 1,1w_n - 90$$

Si l'on utilise un tableur, on obtient :

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Wn	1000	1010	1021	1033	1046	1061	1077	1095	1114	1136	1159	1185	1214	1245	1280	1318	1359	1405	1456	1512	1573	1640	1714	1795	1885

4 Exercices d'applications.

Exercice 1. Un propriétaire décide de louer son hangar à l'année. Il propose pour l'année 2020 un loyer annuel de 4000 €, puis d'augmenter ce loyer chaque année de 2%.

On modélisée cette situation par la suite (v_n) où v_n représente le loyer à l'année $2020 + n$.

1. Déterminer les loyers aux années 2021 et 2022. (C'est-à-dire v_1 et v_2)
2. Déterminer l'expression de v_{n+1} en fonction de v_n et en déduire la nature de la suite (v_n).
3. Exprimer v_n en fonction de n.
4. Déterminer le loyer que devrait percevoir le propriétaire à l'année 2034 (vous arrondirez le résultat à l'euro près)

Exercice 2. Dans un lac, on a placé 1000 truites en 2000. Les pécheurs font que dans ce lac la population de truites diminue chaque année de 10% (en dépit de phénomène de reproduction). Par ailleurs, pour éviter que la population de truites disparaisse, les autorités introduisent chaque année 500 truites de plus dans le lac. On modélise cette situation par une suite (w_n) qui représentera la population dans le lac à l'année $2000 + n$.

1. Déterminez les valeurs w_1, w_2 et w_3
2. A combien peut-on estimer la population de truites à l'année 2010 puis 2020. Que remarque-t-on ? (Vous utiliserez votre machine pour déterminer ces valeurs)
3. Déterminer l'année n à partir de laquelle la population de truites est supérieure à 4990.
4. Déterminer l'année n à partir de laquelle la population de truites est supérieure à 5010.

Exercice 3. On considère maintenant un dé à 20 faces avec :

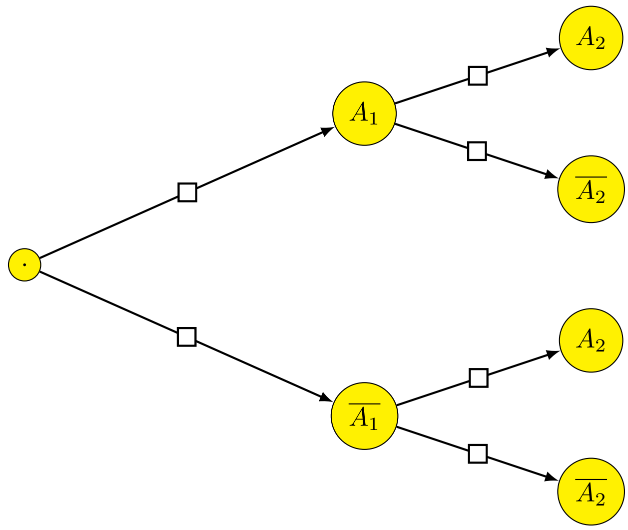
- 3 faces de 1
- 17 faces de rien.

On lance ce dé deux fois de suite. On note A_i l'évènement obtenir "1" au $i^{ième}$ lancer.

1. Compléter l'arbre pondéré ci-contre :
2. On note X le nombre de "1" que l'on aura obtenue sur ces deux lancés. Recopier et compléter le tableau suivant :

Valeurs possibles : x_i	0	1	2
Probabilités $P(X = x_i)$			

3. Cette fois l'on lance 3 fois ce même dé. On note encore X le nombre de fois où le on obtient "1" sur ces trois lancers. Déterminer la loi de probabilité.



Exercice 4. On considère une urne avec :

- 2 boule blanche.
- 5 boules Noires.

On tire une boule puis on note sa couleur puis, on retire une boule puis on note sa couleur.
On note X le nombre de boules blanches obtenues.

1. Représenter cette situation par un arbre.
2. Déterminer la loi de probabilité de X.
3. Refaire les questions précédentes dans le cas où l'on répète trois fois l'expérience au lieu de deux.